JEE ADVANCED
27 September 2020
Physics Paper - 2

SECTION 1 (Maximum Marks : 18)

- Section contains **SIX (06)** questions.
- The answer to each question is a **SINGLE DIGIT INTEGER** ranging from 0 to 9. **BOTH INCLUSIVE**.
- For each question, enter the correct integer corresponding to the answer using the mouse and the on-screen virtual numeric keypad in the place designated to enter the answer.
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks	: +3	If ONLY the correct integer is entered;
Zero Marks	: 0	If the question is unanswered;
Negative Marks	: –1	In all other cases.

भाग -1 (अधिकतम अंक: 18)

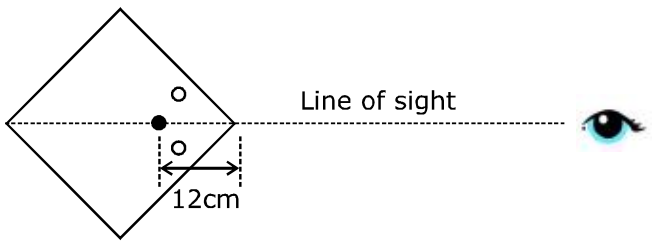
- इस भाग में छः (06) प्रश्न शामिल है।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक, एक एकल अंक पूर्णांक है। दोनों सम्मिलित है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, उत्तर दर्ज करने के लिए निर्दिष्ट स्थान पर माउस और ऑन स्क्रीन आभासी (वर्चुअल) संख्यात्मक कीपेड का उपयोग करके उत्तर के अनुरूप सही पूर्णांक दर्ज करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंक पद्धति के अनुसार किया जाएगा।

पूर्ण अंक	: +3	केवल सही विकल्प चुना जाता है।
शून्य अंक	: 0	यदि कोई विकल्प नही चुना जाता है। (अर्थात् प्रश्न का उत्तर नही दिया हो)
ऋणात्मक अंक	: –1	अन्य सभी स्थितियों में।

---

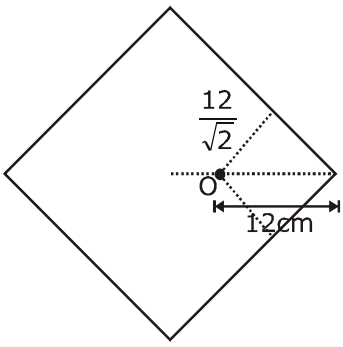
1. A large square container with thin transparent vertical walls and filled with water (refractive index $\frac{4}{3}$) is kept on a horizontal table. A student holds a thin straight wire vertically inside the water 12 cm from one of its corners, as shown schematically in the figure. Looking at the wire from this corner, another student sees two images of the wire, located symmetrically on each side of the line of sight as shown. The separation (in cm) between these images is _____.

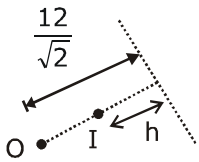
पतली पारदर्शी ऊर्ध्वाधर दीवारों के साथ एक बड़ा वर्गाकार पात्र है तथा पानी (अपवर्तनांक $\frac{4}{3}$) से भरा है, जो एक क्षैतिज टेबल पर रखा है। एक विद्यार्थी चित्रानुसार इसके एक कोने से 12 cm पानी के अन्दर ऊर्ध्वाधर रूप से एक पतले सीधे तार को पकड़े (hold) रखता है। इस कोने से तार पर देखते हुए, अन्य विद्यार्थी तार के दो प्रतिबिम्बों को देखता है, जो दिखायेनुसार दृश्य रेखा के प्रत्येक तरफ (side) सममित रूप से स्थित है। इन प्रतिबिम्बों के बीच दूरी (cm में) हैं–



Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Sol. **(Official Answer Bonus : Marks to all)**
Probable Answer : 3 or 4 or 5
(for 3)
When ray is normally incident

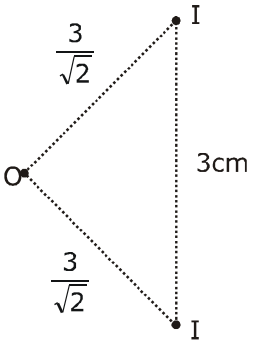




$h \rightarrow$ apparent depth

$$\frac{h}{\frac{12}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\frac{4}{3}}$$

$$h = \frac{9}{\sqrt{2}}$$

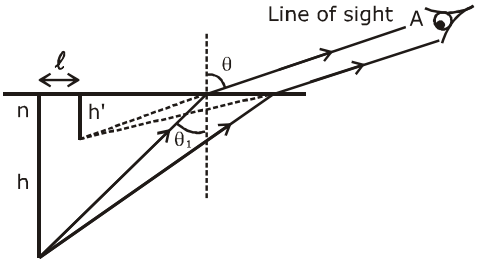


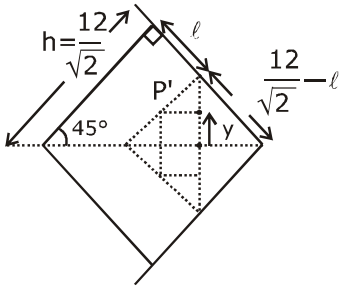
So, distance between images will be 3 cm.

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

For 4 or 5

We will use formula : $h' = \frac{n^2 h \cos^3\theta}{(n^2 - \text{Sin}^2\,\theta)^{3/2}}$





$\ell = h\tan\theta_1 - h'\tan\theta$

$\therefore$ For this situation $\theta = 45°$

$\frac{4}{3}.\sin\theta_1 = 1.\sin 45°$

$\sin\theta_1 = \frac{3}{4\sqrt{2}}$

$\theta_1 \approx 32°$

$\therefore \tan\theta_1 = 0.62$

n = 4/3

$\theta = 45°$

$h = \frac{12}{\sqrt{2}}$

$\therefore h' = \frac{\left(\frac{4}{3}\right)^2 \frac{12}{\sqrt{2}}.\frac{1}{2\sqrt{2}}}{\left(\left(\frac{4}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\right)^{3/2}} = 3.7\text{cm}$

$\ell = \frac{12}{\sqrt{2}}.0.62 - 3.7 \times 1 = 1.56\text{cm}$

$y = \left(\frac{12}{\sqrt{2}} - \ell\right)\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{h'}{\sqrt{2}}$

$\therefore$ Answer $= 2y = \left[12 - (\ell + h').\sqrt{2}\right]$

$= 12 - 5.26 \times \sqrt{2} = 4.56$

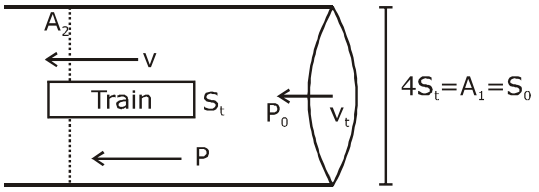
Answer : 4 or 5

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

2. A train with cross-sectional area S_t is moving with speed v_t inside a long tunnel of cross-sectional area S_0 ($S_0 = 4S_t$). Assume that almost all the air (density ρ) in front of the train flows back between its sides and the walls of the tunnel. Also, the air flow with respect to the train is steady and laminar. Take the ambient pressure and that inside the train to be p_0. If the pressure in the region between the sides of the train and the tunnel walls is p, then $p_0 - p = \frac{7}{2N}\rho v_t^2$. The value of N is _____.

S_t अनुप्रस्थ–काट क्षेत्रफल की एक ट्रेन, S_0 ($S_0 = 4S_t$) अनुप्रस्थ–काट क्षेत्रफल की एक लम्बी सुरंग के अन्दर v_t चाल से गतिमान है। माना कि ट्रेन के सामने लगभग पूरी हवा (घनत्व ρ) इसके बाजुओ (sides) तथा सुरंग की दीवारों के बीच वापस बहती है। साथ ही, ट्रेन के सापेक्ष हवा का प्रवाह स्थिर तथा पटलीय है। ट्रेन के अन्दर व्यापक (ambient) दाब ρ_0 लेते है। यदि ट्रेन की बाजुओ तथा सुरंग की दीवारों के बीच क्षेत्र में दाब p है, तब $p_0 - p = \frac{7}{2N}\rho v_t^2$ है। तब N का मान है–

Sol. **9**



$A_2 = 3S_t$

Equation of continuity

$v_t 4S_t = 3S_t v$

$v = \frac{4}{3} v_t$

Using Bernoulli's equation

$$P_0 + \frac{1}{2}\rho v_t^2 = P + \frac{1}{2}\rho\left(\frac{4}{3}v_t\right)^2$$

$$P_0 - P = \frac{7}{18}\rho v_t^2$$

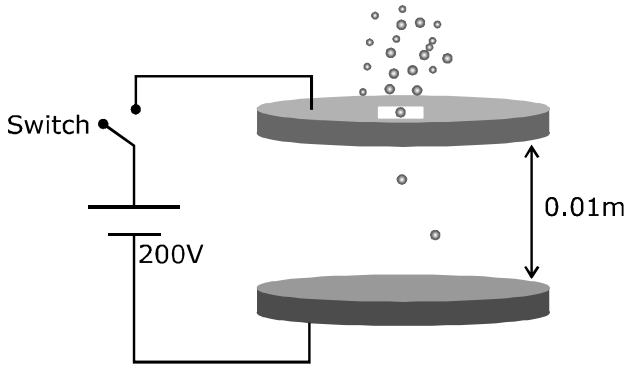
Now compare from given value

N = 9

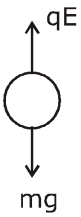
Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

3. Two large circular discs separated by a distance of 0.01 m are connected to a battery via a switch as shown in the figure. Charged oil drops of density 900 kg m^{-3} are released through a tiny hole at the center of the top disc. Once some oil drops achieve terminal velocity, the switch is closed to apply a voltage of 200 V across the discs. As a result, an oil drop of radius 8×10^{-7} m stops moving vertically and floats between the discs. The number of electrons present in this oil drop is _____. (neglect the buoyancy force, take acceleration due to gravity =10 ms^{-2} and charge on an electron (e) = 1.6×10^{-19} C)

0.01 m दूरी से पथक् दो बड़ी वत्तीय चकतियाँ चित्रानुसार एक स्विच के माध्यम से एक बैट्री से जोड़ी जाती है। 900 kg m^{-3} घनत्व की आवेशित तेल की बून्दें ऊपरी चकती के केन्द्र पर एक छोटे छिद्र से छोड़ी जाती है। एक बार जब कुछ तेल की बून्दें सीमान्त वेग प्राप्त कर लेती है, तब चकतीयों के सिरों पर 200 V की वोल्टता प्रदान करने के लिए स्विच बन्द किया जाता है। परिणामस्वरूप, 8×10^{-7} m त्रिज्या की एक तेल बून्द ऊर्ध्वाधर गति बन्द करती है तथा चकतीयों के बीच चलायमान (floats) है। इस तेल बून्द में उपस्थित इलेक्ट्रॉनों की संख्या है (उत्पलावन बल नगण्य है, गुरूत्वीय त्वरण =10 ms^{-2} तथा इलेक्ट्रॉन पर आवेश (e) = 1.6×10^{-19} C)



Sol. **6**



$qE = mg$ ....(i)

$q = ne$

$V = Ed \Rightarrow E = \frac{V}{d}$

from equation (i)

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

$$ne\,\frac{V}{d} = mg$$

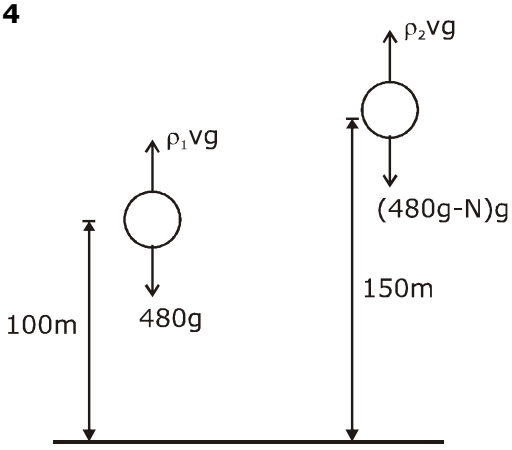
$$n = \frac{mgd}{eV} = 900 \times \frac{4\pi}{3} \times \frac{8\times8\times8\times10^{-21}\times10\times0.01}{1.6\times10^{-19}\times200}$$

$$n = 6.02 \approx 6$$

4. A hot air balloon is carrying some passengers, and a few sandbags of mass 1 kg each so that its total mass is 480 kg. Its effective volume giving the balloon its buoyancy is V. The balloon is floating at an equilibrium height of 100 m. When N number of sandbags are thrown out, the balloon rises to a new equilibrium height close to 150 m with its volume V remaining unchanged. If the variation of the density of air with height h from the ground is $\rho(h) = \rho_0 e^{-\frac{h}{h_0}}$, where $\rho_0 = 1.25$ kg m^{-3} and $h_0 = 6000$ m, the value of N is _____.

एक गर्म हवा का गुब्बारा कुछ यात्रियों तथा प्रत्येक 1 kg द्रव्यमान के कुछ रेत के बेगों को ले जा रहा है, ताकि इसका कुल द्रव्यमान 480 kg है। गुब्बारे को इसका उत्पलावन देने वाला इसका प्रभावी आयतन V है। गुब्बारा 100 m की साम्य ऊँचाई पर चलायमान (floating) है। जब N रेत के बेग बहार फैंके जाते हैं, तब गुब्बारा 150 m के समीप नई साम्य ऊँचाई तक बढ़ता है जहाँ इसका आयतन भी अपरिवर्तित रहता है। यदि धरातल से h ऊँचाई के साथ हवा के घनत्व का परिवर्तन $\rho(h) = \rho_0 e^{-\frac{h}{h_0}}$ है, जहाँ $\rho_0 = 1.25$ kg m^{-3} तथा $h_0 = 6000$ m है। तब N का मान है–

Sol. **4**



$\rho_1 vg = 480\ g$

$\rho_2 vg = (480 - N)\ g$

$$\frac{\rho_0 e^{-\frac{100}{6000}} vg}{\rho_0 e^{-\frac{150}{6000}} vg} = \frac{480}{480 - N}$$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

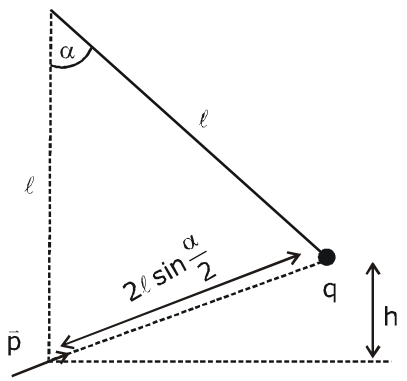
$$\Rightarrow e^{\frac{1}{120}} = \frac{480}{480 - N} \Rightarrow 480 - N = \frac{480}{e^{\frac{1}{120}}}$$

$$\Rightarrow e^{\frac{1}{120}} (480 - N) = 480$$

$$N = 480 (1 - e^{-\frac{1}{120}})$$
$$N = 480 (1 - 0.9917)$$
$$N = 480 \times 0.008$$
$$N = 3.98$$
$$N \approx 4$$

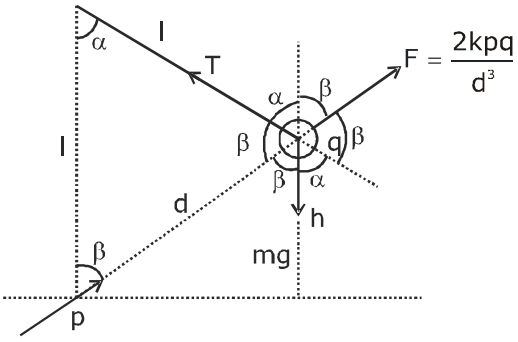
5. A point charge q of mass m is suspended vertically by a string of length ℓ. A point dipole of dipole moment $\vec{p}$ is now brought towards q from infinity so that the charge moves away. The final equilibrium position of the system including the direction of the dipole, the angles and distances is shown in the figure below. If the work done in bringing the dipole to this position is N $\times$(mgh), where g is the acceleration due to gravity, then the value of N is _____ . (Note that for three coplanar forces keeping a point mass in equilibrium, $\frac{F}{\sin\theta}$ is the same for all forces, where F is any one of the forces and θ is the angle between the other two forces)

m द्रव्यमान का एक बिन्दु आवेश q, ℓ लम्बाई की एक रस्सी द्वारा ऊर्ध्वाधर लटकाया जाता है। $\vec{p}$ द्विध्रुव आघूर्ण का एक बिन्दु द्विध्रुव अब अनन्त से q की ओर लाया जाता है ताकि आवेश दूर गति करता है। द्विध्रुव की दिशा, कोण व दूरियाँ को शामिल करते हुए निकाय की अन्तिम साम्यावस्था, नीचे चित्रानुसार है। यदि द्विध्रुव को इस स्थिति तक लाने में किया गया कार्य N $\times$(mgh) है, जहाँ g गुरूत्वीय त्वरण है, तब N का मान है _____ . (ध्यान देते है कि तीन समतलीय बलों के लिए एक बिन्दु द्रव्यमान को साम्यावस्था में रखते हुए, $\frac{F}{\sin\theta}$ सभी बलों के लिए समान है, जहाँ F बलो में से कोई एक है तथा θ अन्य दो बलो के बीच कोण है।)



Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Sol. 2



$\because\ \alpha + 2\beta = \pi$

$\beta = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right)$

$W = mgh + \frac{kpq}{d^2}$

$\frac{T}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{mg}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{2kpq}{d^3\sin(2\beta)}$

$\frac{Mg}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{2kpq}{d^3\sin(\pi-\alpha)}$

$\frac{Mg}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{2kpq}{d^3\sin\alpha}$

$\frac{kpq}{d^2} = \frac{Mg\sin\alpha d}{2\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{Mg\sin\alpha 2l\sin\frac{\alpha}{2}}{2\cos\frac{\alpha}{2}}$

$\frac{kpq}{d^2} = \frac{Mg2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\times 2l\sin\frac{\alpha}{2}}{2\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{4mgl\sin^2\frac{\alpha}{2}}{2} = 2mgl\sin^2\frac{\alpha}{2}$

$\because\ \cos\beta = \frac{h}{d}$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

$$\cos\beta = \frac{h}{2l\sin\frac{\alpha}{2}}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{h}{2l\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{h}{2l}$$

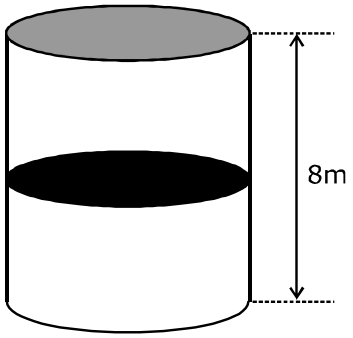
$$\frac{kpq}{d^2} = 2mgl \times \frac{h}{2l} = mgh$$

$$W = mgh + \frac{kpq}{d^2} = mgh + mgh = 2mgh$$

$$N = 2$$

6. A thermally isolated cylindrical closed vessel of height 8 m is kept vertically. It is divided into two equal parts by a diathermic (perfect thermal conductor) frictionless partition of mass 8.3 kg. Thus the partition is held initially at a distance of 4 m from the top, as shown in the schematic figure below. Each of the two parts of the vessel contains 0.1 mole of an ideal gas at temperature 300 K. The partition is now released and moves without any gas leaking from one part of the vessel to the other. When equilibrium is reached, the distance of the partition from the top (in m) will be _____ (take the acceleration due to gravity =10 ms^{-2} and the universal gas constant =8.3 J $mol^{-1}K^{-1}$).

8 m ऊँचाई का एक उष्मीय रूप से विलगित बेलनाकार बन्द पात्र ऊर्ध्वाधर रखा जाता है। यह 8.3 kg द्रव्यमान के एक उष्मा–पार्य (diathermic) (पूर्णतः उष्मीय चालक) घर्षणरहीत विभाजक द्वारा दो समान भागों में विभाजित किया जाता है। इस प्रकार विभाजक प्रारंभ में चित्रानुसार शिखर से 4 m की दूरी पर रखा जाता है। पात्र के प्रत्येक दो भाग 300 K ताप पर एक आदर्श गैस का 0.1 मोल धारण करते है। विभाजक अब छोड़ा जाता है तथा पात्र के एक भाग से दूसरे तक किसी भी गैस के बिना रिसे गति करता है। जब साम्यावस्था प्राप्त की जाती है, तब शिखर से विभाजक की दूरी (m में) होगी (गुरूत्व के कारण त्वरण =10 ms^{-2} तथा सार्वत्रिक गैस नियतांक =8.3 J $mol^{-1}K^{-1}$ लेते है)



Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Sol. **Official answer : Bonus (Marks to all)**

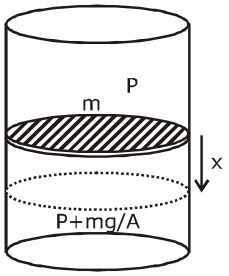
This is because by wrong method we get an integer = 6

Correct Method :

Work done by gravity changes internal energy

$$mgx = nc_v\Delta T \qquad \left(C_v = \frac{3}{2}R\right)$$

$$8.3\times 10\times x = 0.2\times\frac{3}{2}\times 8.3\times[T_f - 300]$$



$$\Rightarrow T_f = 300 + \frac{100x}{3} \quad ..(1)$$

$$\frac{P(4+x)\times A}{T_f} = \frac{\left(P+\frac{mg}{A}\right).(4-x)A}{T_f} = nR$$

$$\frac{P(4+x)\times A}{T_f} = nR$$

$$PA = \frac{nRT_f}{4+x}$$

$$= \frac{0.1\times 8.3}{4+x}\times\left(300+\frac{100}{3}x\right)$$

$$= \frac{83}{3}\left(\frac{9+x}{4+x}\right) \quad ..(2)$$

$$\frac{\left(P+\frac{mg}{A}\right)(4-x)\,A}{T_f} = nR$$

$$(PA+mg) = \frac{nRT_f}{4-x} \quad ..(3)$$

$$\left[\frac{83}{3}\left(\frac{9+x}{4+x}\right)+83\right] = \frac{0.83\left(300+\frac{100}{3}x\right)}{4-x} \quad \text{..... (From (1) and (2))}$$

$$\left[\frac{83}{3}\left(\frac{9+x}{4+x}\right)+83\right] = \frac{83}{3}\left[\frac{9+x}{4-x}\right]$$

$$\frac{9+x+12+3x}{4+x} = \frac{(9+x)}{4-x}$$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

$(21+4x)(4-x) = (9+x)(4+x)$

$84 - 21x + 16x - 4x^2 = 36 + 9x + 4x + x^2$

$5x^2+18x-48 = 0$

$$x = \frac{-18 \pm \sqrt{324 + 960}}{10}$$

$$= \frac{-18 \pm \sqrt{1284}}{10}$$

$$= \frac{-18 \pm 35.8}{10}$$

$x \approx 1.8$

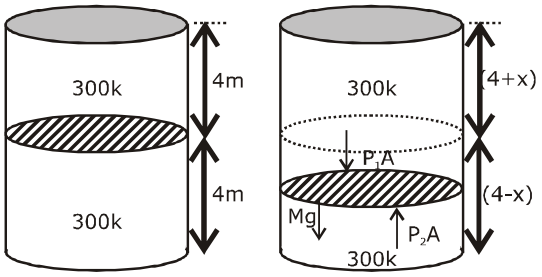
$\therefore y = 4+1.8 = 5.8$

$\simeq 6$

Wrong Method :

As work done by gravity changes internal energy so we can not take temperature constant. But incorrectly by taking temperature constant we get an integer = 6 as answer.

$P_2A = P_1A + mg$ (forces are balanced)



$$P_2 = P_1 + \frac{mg}{A}$$

$$\frac{nRT}{V_2} = \frac{nRT}{V_1} + \frac{mg}{A}$$

$$nRT\left[\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right] = \frac{mg}{A}$$

$$0.1 \times 8.3 \times 300\left[\frac{1}{A(4-x)} - \frac{1}{A(4+x)}\right] = \frac{mg}{A}$$

$$\frac{0.1 \times 8.3 \times 300}{A}\left[\frac{1}{4-x} - \frac{1}{4+x}\right] = \frac{8.3 \times 10}{A}$$

$$\frac{4+x-4+x}{16-x^2} = \frac{1}{3}$$

$6x = 16-x^2$

$x^2 + 6x - 16 = 0$

$x = -8, 2$

The distance of the partition from the top = 4+2
= 6m

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

SECTION 2 (Maximum Marks : 24)

- Section contains **SIX (06)** questions.
- Each question has **FOUR** options. **ONE OR MORE THAN ONE** of these four option(s) is (are) correct answer(s).
- For each question, choose the option(s) corresponding to (all) the correct answer(s).
- Answer the each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks	: +4	If only (all the correct option(s) is (are) chosen;
Partial Marks	: +3	If all the four options are correct but ONLY three options are chosen;
Partial Marks	: +2	If three or more options are correct but ONLY two options are chosen, both of which are correct;
Partial Marks	: +1	If two or more options are correct but ONLY one option is chosen and it is a correct option;
Zero Marks	: 0	If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered);
Negative Marks	: –2	In all other cases.

भाग -2 (अधिकतम अंक : 24)

- इस भाग में छः (06) प्रश्न शामिल है।
- प्रत्येक प्रश्न के चार विकल्प है। इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही उत्तर है (हैं)।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, सभी सही उत्तरों के अनुरूप विकल्प चुनिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंक पद्धति के अनुसार किया जाएगा।

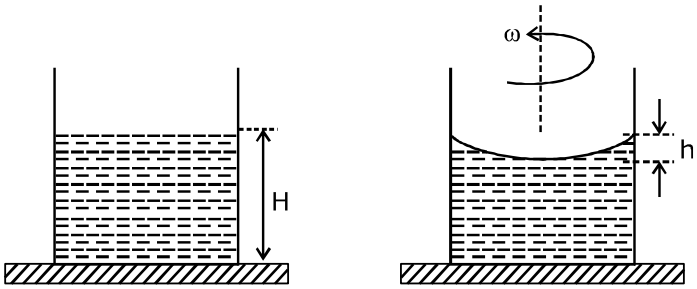
पूर्ण अंक	: +4 यदि केवल (सभी) विकल्प चुने जाते है, (हैं)।
आंशिक अंक	: +3 यदि सभी चारों विकल्प सही है, लेकिन केवल तीन विकल्प चुने जाते हैं।
आंशिक अंक	: +2 यदि तीन या अधिक विकल्प सही है लेकिन केवल दो विकल्प चुने जाते है, जो कि दोनों ही सही हो।
आंशिक अंक	: +1 यदि दो या अधिक विकल्प सही है, लेकिन केवल एक विकल्प चुना जाता है तथा यह एक सही विकल्प हो।
शून्य अंक	: 0 यदि कोई विकल्प नही चुना जाता है (अर्थात् प्रश्न का उत्तर नही दिया हो)।
ऋणात्मक अंक	: –2 अन्य सभी स्थितियों में।

---

7. A beaker of radius r is filled with water (refractive index $\frac{4}{3}$) up to a height H as shown in the figure on the left. The beaker is kept on a horizontal table rotating with angular speed ω. This makes the water surface curved so that the difference in the height of water level at the center and at the circumference of the beaker is h (h<<H,h<<r), as shown in the figure on the right. Take this surface to be approximately spherical with a radius of curvature R. Which of the following is/are correct? (g is the acceleration due to gravity)

r त्रिज्या का एक बीकर बायीं ओर चित्रानुसार H ऊँचाई तक पानी (अपवर्तनांक $\frac{4}{3}$) से भरा जाता है। बीकर ω कोणीय चाल से घूमती हुई एक क्षैतिज टेबल पर रखा जाता है। यह पानी की सतह को वक्रीय बनाता है ताकि बीकर की परिधि पर तथा केन्द्र पर पानी के स्तर की ऊँचाई में अन्तर h (h<<H,h<<r) हैं, जैसा दायीं और चित्र में दिखाया है। इस सतह को लगभग R वक्रता त्रिज्या की गोलीय सतह लेते है। निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे सही है ?(g गुरूत्व के कारण त्वरण है)

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in



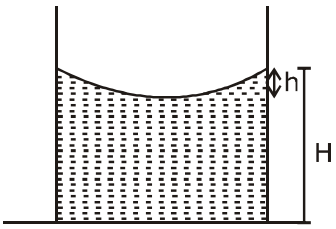
(A) $R = \frac{h^2 + r^2}{2h}$

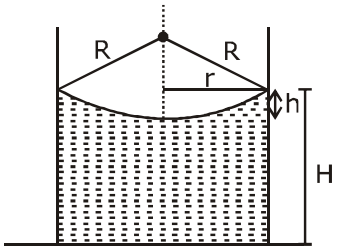
(B) $R = \frac{3r^2}{2h}$

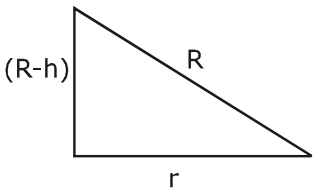
(C) Apparent depth of the bottom of the beaker is close to $\frac{3H}{2}\left(1 + \frac{\omega^2 H}{2g}\right)^{-1}$

(D) Apparent depth of the bottom of the beaker is close to $\frac{3H}{4}\left(1 + \frac{\omega^2 H}{4g}\right)^{-1}$

Sol. **A,D**



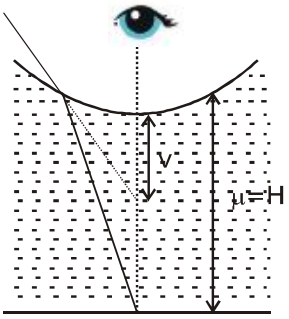




$R^2 = (R - h)^2 + r^2$
$R^2 = R^2 + h^2 - 2Rh + r^2$
$2Rh = h^2 + r^2$

$R = \frac{h^2 + r^2}{2h}$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in



$$\frac{\mu_2}{v} - \frac{\mu_1}{u} = \frac{\mu_2 - \mu_1}{R}$$

$$\frac{1}{v} - \frac{4}{3(-H+h)} = \frac{1-\frac{4}{3}}{R}$$

$$\frac{1}{v} + \frac{4}{3(H-h)} = \frac{-1}{3R}$$

$h << r$

$$R = \frac{h^2 + r^2}{2h} \qquad (h^2 = 0)$$

$$R = \frac{r^2}{2h}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{4}{3(H-h)} - \frac{2h}{3r^2}$$

$$\frac{1}{v} = -\frac{2h}{3r^2} - \frac{4}{3(H-h)}$$

$h <<< H$

$$\frac{1}{v} = -\frac{4}{3H}\left(1 + \frac{3H}{4} \times \frac{2}{3}\frac{h}{r^2}\right)$$

$$\frac{1}{v} = -\frac{4}{3H}\left(1 + \frac{Hh}{2r^2}\right)$$

$$gh = \frac{\omega^2 r^2}{2} \Rightarrow \frac{r^2}{h} = \frac{2g}{\omega^2}$$

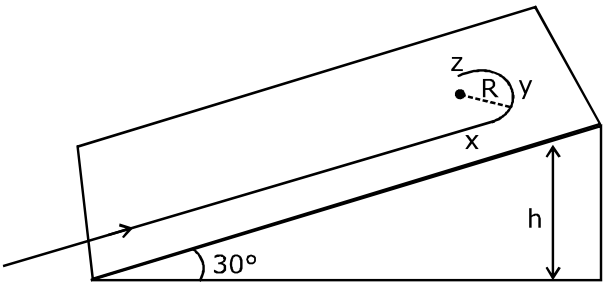
$$\frac{1}{v} = -\frac{4}{3H}\left(1 + \frac{H}{2}\frac{\omega^2}{2g}\right)$$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

$$\frac{1}{v} = -\frac{4}{3H}\left(1+\frac{H\omega^2}{4g}\right)$$

$$|v| = \frac{3H}{4}\left(1+\frac{H\omega^2}{4g}\right)^{-1}$$

8. A student skates up a ramp that makes an angle 30° with the horizontal. He/she starts (as shown in the figure) at the bottom of the ramp with speed v_0 and wants to turn around over a semicircular path xyz of radius R during which he/she reaches a maximum height h (at point y) from the ground as shown in the figure. Assume that the energy loss is negligible and the force required for this turn at the highest point is provided by his/her weight only. Then (g is the acceleration due to gravity)
एक विद्यार्थी एक रेम्प के ऊपर फिसलता (skates) है, जो क्षैतिज से 30° को कोण बनाता है। वह चित्रानुसार v_0 चाल से रेम्प की तली पर प्रारंभ होता है तथा R त्रिज्या के एक अर्धवत्तीय पथ xyz पर मुड़ना (turn around) चाहता है, जिसके दौरान वह चित्रानुसार धरातल से अधिकतम ऊँचाई h (बिन्दु y पर) पहुँचता है। माना कि ऊर्जा हानि नगण्य है तथा उच्चतम बिन्दु पर इस घुमाव के लिए आवश्यक बल केवल उसके भार द्वारा प्रदान किया जाता है। तब (g गुरूत्वीय त्वरण हैं)



(A) $v_0^2 - 2gh = \frac{1}{2}gR$

(B) $v_0^2 - 2gh = \frac{\sqrt{3}}{2}gR$

(C) the centripetal force required at points x and z is zero
(D) the centripetal force required is maximum at points x and z

(A) $v_0^2 - 2gh = \frac{1}{2}gR$

(B) $v_0^2 - 2gh = \frac{\sqrt{3}}{2}gR$

(C) x तथा z बिन्दुओं पर आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल शून्य है
(D) x तथा z बिन्दुओं पर आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल अधिकतम है

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Sol. **A,D**

Given : The force required for turn over a semi circular path at the highest point is provided by his/her weight only so at that balancing situation

$$mg \sin\theta = \frac{mv^2}{R}$$

$$mg \times \sin 30° = \frac{mv^2}{R}$$

$$\frac{gR}{2} = v^2 \qquad ....(i)$$

From energy conservation

$$\frac{1}{2} mv_0^2 = mgh + \frac{1}{2} mv^2$$

$$v_0^2 - 2gh = v^2$$

$$v_0^2 - 2gh = \frac{gR}{2}$$

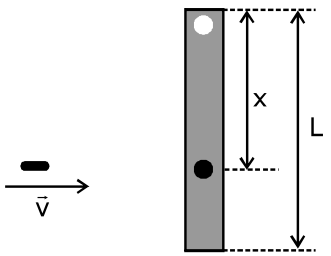
Option A correct

(D)

As gravitation force is not providing centripetal force at x and z that's why maximum force is applied on x and z for circular motion.

9. A rod of mass m and length L, pivoted at one of its ends, is hanging vertically. A bullet of the same mass moving at speed v strikes the rod horizontally at a distance x from its pivoted end and gets embedded in it. The combined system now rotates with angular speed ω about the pivot. The maximum angular speed ω_M is achieved for $x = x_M$. Then

m द्रव्यमान तथा L लम्बाई की एक छड़ इसके एक सिरे पर कीलकीत है, जो ऊर्ध्वाधर रूप से लटक रही हैं। v चाल से गतिमान समान द्रव्यमान की एक गोली इसके कीलकीत सिरे से x दूरी पर क्षैतिज रूप से छड़ से टकराती है तथा इसमें बैठ (embedded) जाती है। संयुक्त निकाय अब कीलक के परितः ω कोणीय चाल से घूमता है। अधिकतम कोणीय चाल ω_M, $x = x_M$ के लिए प्राप्त की जाती है। तब–'



(A) $\omega = \frac{3vx}{L^2 + 3x^2}$ (B) $\omega = \frac{12vx}{L^2 + 12x^2}$ (C) $x_M = \frac{L}{\sqrt{3}}$ (D) $\omega_M = \frac{v}{2L}\sqrt{3}$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Sol. **A,C,D**

From angular momentum conservation

$L_i = L_F$

$$\Rightarrow mvx = \left(\frac{mL^2}{3} + mx^2\right)\omega$$

$$\omega = \frac{mvx}{\left(\frac{mL^2}{3} + Mx^2\right)}$$

$\therefore$ m = mass of bullet and rod is same

$$\omega = \frac{vx}{\frac{L^2}{3} + x^2}$$

$$\omega = \frac{3vx}{L^2 + 3x^2} \qquad ...(i)$$

option (A) is correct

Now for maximum value of ω

$$\frac{d\omega}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{3vx}{L^2 + 3x^2}\right) = 0 \Rightarrow 3v\frac{d}{dx}\left(\frac{x}{L^2 + 3x^2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{\frac{L^2}{x} + \frac{3x^2}{x}}\right) = 0 \Rightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{L^2}{x} + 3x\right)^{-1} = 0$$

$$\Rightarrow (-1)\left(\frac{L^2}{x} + 3x\right)^{-2}\left(-\frac{L^2}{x^2} + 3\right) = 0$$

$$\frac{-L^2}{x^2} + 3 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{L^2}{x^2} = 3 \Rightarrow x^2 = \frac{L^2}{3}$$

$$x = \frac{L}{\sqrt{3}}$$

Option (C) is correct

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Now put this value in equation (i)

$$\omega_{max} = \frac{3v\left(\frac{L}{\sqrt{3}}\right)}{L^2 + 3(L^2/3)} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}v}{2L}$$

Option (D) is correct

10. In an X-ray tube, electrons emitted from a filament (cathode) carrying current I hit a target (anode) at a distance d from the cathode. The target is kept at a potential V higher than the cathode resulting in emission of continuous and characteristic X-rays. If the filament current I is decreased to $\frac{I}{2}$, the potential difference V is increased to 2V, and the separation distance d is reduced to $\frac{d}{2}$, then

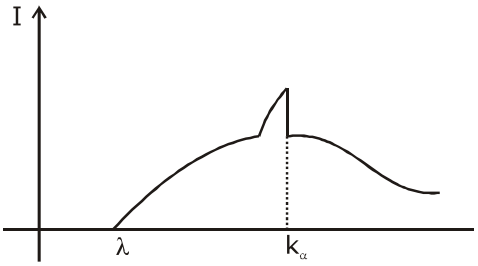
(A) the cut-off wavelength will reduce to half, and the wavelengths of the characteristic X-rays will remain the same
(B) the cut-off wavelength as well as the wavelengths of the characteristic X-rays will remain the same
(C) the cut-off wavelength will reduce to half, and the intensities of all the X-rays will decrease
(D) the cut-off wavelength will become two times larger, and the intensity of all the X-rays will decrease

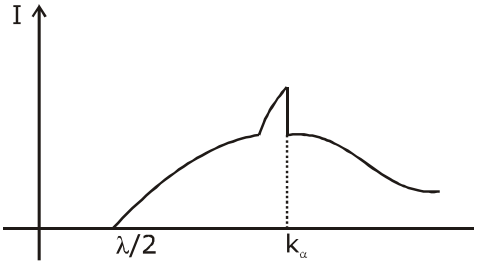
एक X-किरण नली में, I धारावाही एक तन्तु (कैथोड़) से उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन, कैथोड़ से d दूरी पर एक लक्ष्य (एनॉड़) से टकराते है। लक्ष्य कैथोड़ की तुलना मे उच्च विभव V पर रखा जाता है जिसके परिणामस्वरूप सतत् और अभिलाक्षणिक X-किरणों का उत्सर्जन होता है। यदि तन्तु धारा I से $\frac{I}{2}$ तक घटाई जाती है, विभवान्तर V से 2V तक बढ़ाया जाता है तथा पथक्करण दूरी d से $\frac{d}{2}$ तक घटाई जाती है तब–

(A) अंतक तरंगदैर्ध्य घटकर आधी हो जाएगी तथा अभिलाक्षणिक X-किरणों की तरंगदैर्ध्य समान रहेगी
(B) अंतक (cut-off) तरंगदैर्ध्य तथा अभिलाक्षणिक X-किरण की तरंगदैर्ध्य समान रहेगी
(C) अंतक तरंगदैर्ध्य घटकर आधी हो जाएगी तथा सभी X-किरणों की तीव्रतायें घटेगी
(D) अंतक तरंगदैर्ध्य दो गुना बड़ी (larger) हो जायेगी तथा सभी X-किरणों की तीव्रता घटेगी

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Sol. **A,C**





$ev = \frac{hc}{\lambda}$

$v \propto \frac{1}{\lambda}$

$\lambda \propto \frac{1}{v}$

$v \rightarrow 2v$

$\lambda \rightarrow \lambda/2$

If current in filament is reduced then emitting electrons should be reduced thats why intensity of x-ray is reduced.

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

11. Two identical non-conducting solid spheres of same mass and charge are suspended in air from a common point by two non-conducting, massless strings of same length. At equilibrium, the angle between the strings is α. The spheres are now immersed in a dielectric liquid of density 800 kg m^{-3} and dielectric constant 21. If the angle between the strings remains the same after the immersion, then

(A) electric force between the spheres remains unchanged

(B) electric force between the spheres reduces

(C) mass density of the spheres is 840 kg m^{-3}

(D) the tension in the strings holding the spheres remains unchanged

समान द्रव्यमान और आवेश के दो एकसमान अचालकीय ठोस गोले, समान लम्बाई की दो अचालकीय द्रव्यमानरहीत रस्सियों द्वारा एक उभयनिष्ठ बिन्दु से हवा में लटकाये जाते है। साम्यावस्था पर, रस्सियों के बीच कोण α है। अब गोले परावैद्युतांक 21 तथा घनत्व 800 kg m^{-3} के एक परावैद्युत द्रव में डुबोये जाते हैं। यदि डुबने के पश्चात रस्सियों के बीच कोण समान रहता है, तब–

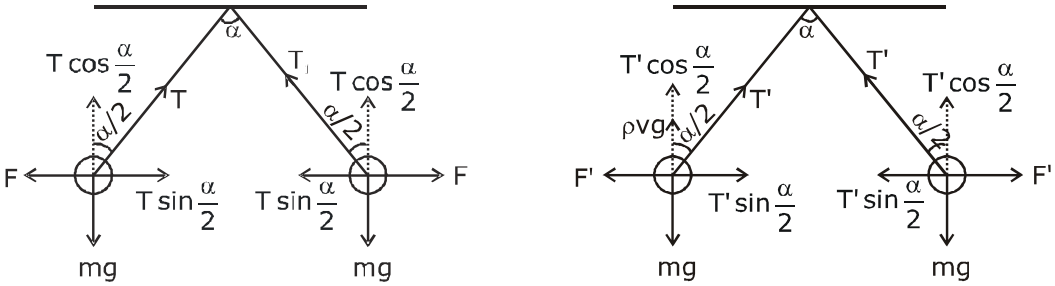
(A) गोलों के बीच वैद्युत बल अपरिवर्तित रहता है।

(B) गोलों के बीच वैद्युत बल घटता है।

(C) गोलों का द्रव्यमान घनत्व 840 kg m^{-3} है।

(D) गोलों को धारण करने (holding) वाली रस्सियों में तनाव अपरिवर्तित रहता है।

Sol. **(Official Answer) B,C**



$$T \sin \frac{\alpha}{2} = F$$

$$T' \sin \frac{\alpha}{2} = F'$$

$$\frac{T}{T'} = \frac{F}{F'}$$

$$\frac{T}{T'} = \frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{r^2}}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 21}\frac{q^2}{r^2}}$$

$$\frac{T}{T'} = \frac{21}{1}$$

$$T' = \frac{T}{21}$$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

$$T\cos\frac{\alpha}{2} = mg$$

$$T'\cos\frac{\alpha}{2} = mg - \rho vg$$

$$\frac{T'\cos\frac{\alpha}{2}}{T'\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{mg - \rho vg}{mg}$$

$$\frac{1}{21} = 1 - \frac{\rho vg}{dvg}$$

$$\frac{\rho}{d} = 1 - \frac{1}{21}$$

$$\frac{\rho}{d} = \frac{20}{21}$$

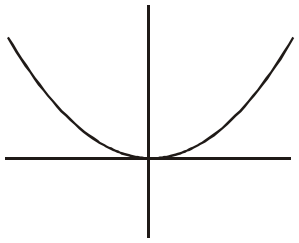
$$d = \frac{21}{10} \times 800$$

$$d = 840\ kg/m^3$$

12. Starting at time t = 0 from the origin with speed 1 ms^{-1}, a particle follows a two-dimensional trajectory in the x-y plane so that its coordinates are related by the equation $y = \frac{x^2}{2}$. The x and y components of its acceleration are denoted by a_x and a_y, respectively. Then
(A) $a_x = 1\ ms^{-2}$ implies that when the particle is at the origin, $a_y = 1\ ms^{-2}$
(B) $a_x = 0$ implies $a_y = 1\ ms^{-2}$ at all times
(C) at t = 0, the particle's velocity points in the x-direction
(D) $a_x = 0$ implies that at t = 1 s, the angle between the particle's velocity and the x axis is 45°
समय t = 0 पर 1 ms^{-1} चाल से मूल बिन्दु से प्रारंभ एक कण x-y तल में एक द्वि–विमीय प्रक्षेप पथ का अनुसरण करता है ताकि इसके निर्देशांक समीकरण $y = \frac{x^2}{2}$ द्वारा सम्बन्धित है। इसके त्वरण के x तथा y घटक क्रमशः a_x व a_y द्वारा निरूपित है। तब–
(A) $a_x = 1\ ms^{-2}$ बताता है कि जब कण मूल बिन्दु पर है, तब $a_y = 1\ ms^{-2}$
(B) $a_x = 0$ बताता है कि पूरे समय $a_y = 1\ ms^{-2}$ है।
(C) t = 0 पर, कण का वेग x-दिशा मे निर्देशित है।
(D) $a_x = 0$ बताता है कि t = 1 s पर, कण के वेग तथा x अक्ष के बीच कोण 45° है।

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Sol. **A,B,C,D or B,C,D**



t = 0, x = 0, u = 1m/sec

$y = \frac{x^2}{2}$

$v_y = \frac{2x}{2} v_x$

$v_y = xv_x$

$a_y = xa_x + v_x^2$

option A

$\frac{dy}{dx} = x \qquad \frac{d^2y}{dx^2} = 1$

$R_c = \frac{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}} = \frac{(1+x^2)^{3/2}}{1}$

at x = 0 $\qquad R_c = 1$

$\therefore a_y = \frac{v^2}{R_c} = \frac{1^2}{1} = 1 \text{ m/s}^2$

at x = 0

$a_y = 1 \text{ m/s}^2$

independent of a_x

option (B)

if $a_x = 0$

$a_y = 0 + v_x^2 = 1 \text{ m/sec}^2$

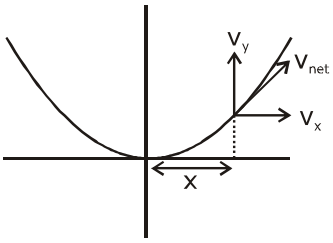
option (C)

$v_y = xv_x$ at = x = 0 at t = 0

$v_y = 0 \quad v_x = 1$ m/sec

Option (d)

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in



$x = 1m$

$\frac{v_y}{v_x} = \tan\theta = x = 1$

$\theta = 45°$

SECTION 3 (Maximum Marks : 24)

- This section contains **SIX (06)** questions. The answer to each question is a **NUMERICAL VALUE**.
- For each question, enter the correct numerical value of the answer using the mouse and the on-screen virtual numeric keypad in the place designated to enter the answer. If the numerical value has more than two decimal places, **truncate/round-off** the value to **TWO** decimal places.
- Answer the each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If ONLY the correct numerical value is entered;
Zero Marks : 0 In all other cases.

भाग -3 (अधिकतम अंक : 24)

- इस भाग में छः **(06)** प्रश्न शामिल है। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, उत्तर प्रविष्ट करने के लिए निर्दिष्ट स्थान पर माउस और ऑन–स्क्रीन आभासी (वर्चुअल) संख्यात्मक कीपेड का उपयोग करके उत्तर का सही संख्यात्मक मान दर्ज करे। यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान है, तो दो दशमलव स्थानों के मान को छोटा/निकटतम करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित पद्धति के अनुसार किया जाएगा।

पूर्ण अंक : +4 यदि केवल सही संख्यात्मक मान प्रविष्ट किया गया है।
शून्य अंक : 0 अन्य सभी स्थितियों में।

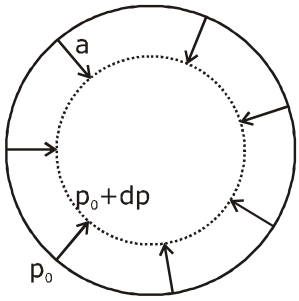
---

13. A spherical bubble inside water has radius R. Take the pressure inside the bubble and the water pressure to be p_0. The bubble now gets compressed radially in an adiabatic manner so that its radius becomes (R – a). For $a \ll R$ the magnitude of the work done in the process is given by $(4\pi p_0 R a^2)X$, where X is a constant and $\gamma = C_p/C_v = \frac{41}{30}$. The value of X is_____.

पानी के अन्दर एक गोलीय बुलबुले की त्रिज्या R है। बुलबुले के अन्दर दाब तथा पानी का दाब p_0 लेते है। अब बुलबुले को एक रूद्धोष्म ढंग में त्रिज्य रूप से संपीडीत किया जाता है ताकि इसकी त्रिज्या (R – a) हो जाती हैं। $a \ll R$ के लिए, प्रक्रम में किये गये कार्य का परिमाण $(4\pi p_0 R a^2)X$ द्वारा दिया जाता है, जहाँ X एक नियतांक है तथा $\gamma = C_p/C_v = \frac{41}{30}$ है। X का मान है–

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Sol. 2.05



$dv = 4\pi R^2 a$

pv^{γ} = constant

$v^{\gamma}dp + p\gamma v^{\gamma-1}\, dv = 0$

$$\Rightarrow dp = -\gamma p \frac{dv}{v}$$

$$= \frac{-\gamma p_0 4\pi R^2 a}{v}$$

Work done, $W = \Delta p_{avg.} \times dv$

$$= \left|\frac{dp}{2}\right| 4\pi R^2 a$$ (as for small changes $\Delta p_{avg} = \frac{dp}{2}$ by considering linear variation in pressure)

$$= \frac{\gamma p_0 4\pi R^2 a \times 4\pi R^2 a}{2v}$$

$$= \frac{\gamma p_0 4\pi R^2 a \times 4\pi R^2 a}{2 \times \frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$= \frac{3\gamma p_0 4\pi R a^2}{2}$$

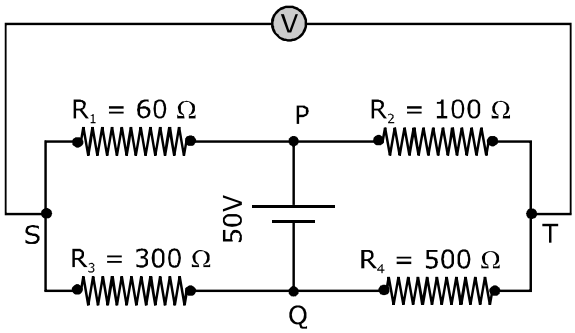
$$= \frac{3}{2} \times \frac{41}{30} \times 4\pi p_0 R a^2$$

$= 2.05\ (4\pi p_0 R a^2)$ $\quad \therefore x = 2.05$ Ans.

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

14. In the balanced condition, the values of the resistances of the four arms of a Wheatstone bridge are shown in the figure below. The resistance R_3 has temperature coefficient 0.0004 °C^{-1}. If the temperature of R_3 is increased by 100 °C, the voltage developed between S and T will be _____ volt.

सन्तुलन स्थिति में, एक व्हीटस्टोन सेतु की चार भुजाओं के प्रतिरोधों के मान चित्रानुसार है। प्रतिरोध R_3 का तापमान गुणांक 0.0004 °C^{-1} है। यदि R_3 का तापमान 100 °C से बढ़ाया जाता है, तब S व T के बीच उत्पन्न वोल्टता वोल्ट में होगी–

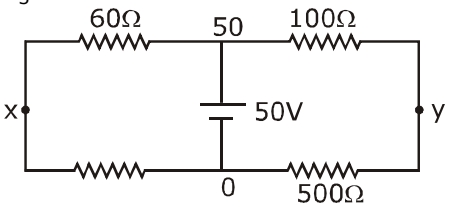


Sol. **0.27**

$R_3 = 300\ (1 + \alpha\Delta T)$

$R_3 = 300\ (1 + 0.0004 \times 100)$

$R_3 = 312\ \Omega$



$\frac{x-0}{312} + \frac{x-50}{60} = 0$

$\frac{x}{52} + \frac{x}{10} = 5$

$62x = 520 + 5$

$x = \frac{520+5}{62}$

$x = \frac{2600}{62} = 41.93$

$\frac{y-50}{100} + \frac{y-0}{500} = 0$

$y - 50 + \frac{4}{5} = 0$

$\frac{6y}{5} = 50$

$y = \frac{250}{6}$

$y = 41.66$

$x = 41.93 - 41.66 = 0.27$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

15. Two capacitors with capacitance values $C_1 = 2000 \pm 10$ pF and $C_2 = 3000 \pm 15$ pF are connected in series. The voltage applied across this combination is $V = 5.00 \pm 0.02$ V. The percentage error in the calculation of the energy stored in this combination of capacitors is _____.

$C_1 = 2000 \pm 10$ pF तथा $C_2 = 3000 \pm 15$ pF धारिता के दो संधारित्र श्रेणी में जोड़े जाते है। इस संयोजन के सिरों पर आरोपित वोल्टता $V = 5.00 \pm 0.02$ V है। संधारित्रों के इस संयोजन में संचित ऊर्जा की गणना में प्रतिशत त्रुटि हैं–

Sol. **1.30**

$$E_T = \frac{1}{2} C_{net} v^2$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \qquad \frac{1}{C} = \frac{1}{2000} + \frac{1}{3000}$$

$$\frac{dC}{C^2} = \frac{dC_1}{C_1^2} + \frac{dC_2}{C_2^2} \qquad \frac{1}{C} = \frac{3+2}{6000} = \frac{5}{6000}$$

$$C = \frac{6000}{5} = 1200$$

$$\left(\frac{dC}{C}\right) = \left(\frac{dC_1}{C_1^2} + \frac{dC_2}{C_2^2}\right) C$$

$$\frac{dC}{C} = \left[\frac{10}{(2000)^2} + \frac{15}{(3000)^2}\right] 1200$$

$$\frac{dC}{C} = \left(\frac{10}{4} + \frac{15}{9}\right)\left(\frac{1200}{10^6}\right)$$

$$\frac{dC}{C} = (2.5 + 1.67)\left(\frac{1200}{10^4}\right)$$

$$\frac{dC}{C} = \frac{4.17 \times 12}{10^4}$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{dC}{C} + \frac{2\Delta V}{V} = \left(\frac{4.17 \times 12}{10^4} + \frac{2 \times 0.02}{5 \times 100}\right)$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \left(\frac{50.64}{10^4} + \frac{4}{5 \times 100}\right)$$

$$\frac{\Delta E}{E} = (0.504 + 0.8) = 1.30$$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

16. A cubical solid aluminium (bulk modulus = $-V\frac{dP}{dV}$ = 70 GPa) block has an edge length of 1 m on the surface of the earth. It is kept on the floor of a 5 km deep ocean. Taking the average density of water and the acceleration due to gravity to be 10^3 kg m^{-3} and 10 ms^{-2}, respectively, the change in the edge length of the block in mm is _____.

एक घनीय ठोस एल्युमिनियम (बल्क मापांक = $-V\frac{dp}{dv}$ = 70 GPa) ब्लॉक की 1 m लम्बाई की एक भुजा (edge) पथ्वी की सतह पर है। यह एक 5 km गहरे समुद्र के फर्श पर रखा जाता है। पानी का घनत्व तथा गुरूत्वीय त्वरण क्रमशः 10^3 kg m^{-3} व 10 ms^{-2} लेते है। तब ब्लॉक की भुजा की लम्बाई में mm में परिवर्तन है–

Sol. **0.23 to 0.24**

$$B = V\frac{dP}{dV}$$

$$70 \times 10^9 = \frac{V}{dV} \times 10^3 \times 10 \times 5 \times 10^3$$

$$7 \times 10^9 = \frac{V}{dV} \times 10^6 \times 5$$

$$7000 = \frac{V}{dV} \times 5$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{5}{7000}$$

$$V = l^3$$

$$\frac{dV}{V} = 3\frac{dl}{l}$$

$$\frac{3dl}{l} = \frac{5}{7000}$$

$$\frac{dl}{l} = \frac{5}{21000}$$

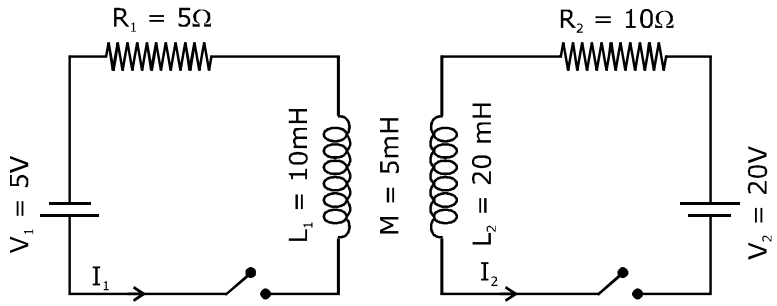
$$\frac{dl}{l} = \left(\frac{5}{21}\right) \text{mm}$$

$$dl = 0.238 \text{ mm}$$

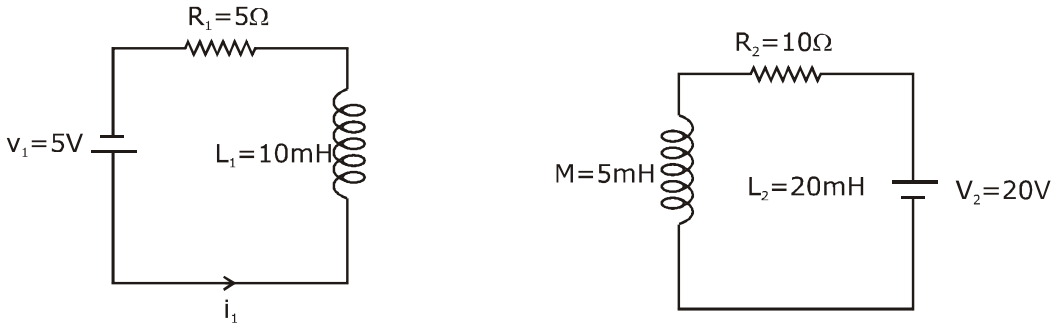
Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

17. The inductors of two LR circuits are placed next to each other, as shown in the figure. The values of the self-inductance of the inductors, resistances, mutual-inductance and applied voltages are specified in the given circuit. After both the switches are closed simultaneously, then total work done by the batteries against the induced EMF in the inductors by the time the currents reach their steady state values is_____ mJ.

दो LR परिपथों के प्रेरक चित्रानुसार एक दूसरे के बगल में रखे गये है। प्रेरकों के स्वप्रेरकत्व, प्रतिरोध, अन्योन्य प्रेरकत्व तथा आरोपित वोल्टता दिये गये परिपथ में उल्लेखित है। दोनों स्विच एक साथ बन्द होने के पश्चात्, जब तक धारायें उनके स्थिर अवस्था मानों तक पहुँचती है, तब तक प्रेरकों में प्रेरित वि. वा. बल के विरूद्ध बैट्रीयों द्वारा कुल किया गया कार्य _____ mJ है।



Sol. **55**



$$\varepsilon_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{Mdi_2}{dt}$$

$$dW = \varepsilon_1 i_1 dt$$

$$dW_1 = L_1 (di_1)\, i_1 + M(di_2)\, i_1$$

$$dW_2 = L_2 (di_2)\, i_2 + M(di_1)\, i_2$$

$$\int_0^W (dW_1 + dW_2) = \int_0^{i_1} L_1(di_1)i_1 + \int_0^{i_2} L_2(di_2)i_2 + M\int_0^{i_1 i_2} d(i_1 i_2)$$

$$W = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M(i_1 i_2)$$

$$W = \frac{1}{2} \times 10 \times 10^{-3} \times 1 + \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} \times 4 + 5 \times 10^{-3} \times 2$$

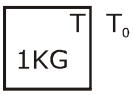
$$W = 55 \times 10^{-3} = 55 \text{ mJ}$$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

18. A container with 1 kg of water in it is kept in sunlight, which causes the water to get warmer than the surroundings. The average energy per unit time per unit area received due to the sunlight is 700 Wm^{-2} and it is absorbed by the water over an effective area of 0.05 m^2. Assuming that the heat loss from the water to the surroundings is governed by Newton's law of cooling, the difference (in °C) in the temperature of water and the surroundings after a long time will be _____. (Ignore effect of the container, and take constant for Newton's law of cooling = 0.001 s^{-1}, Heat capacity of water = 4200 J kg^{-1} K^{-1}).

1 kg पानी के साथ एक पात्र सूर्य के प्रकाश में रखा है, जिसके कारण पानी परिवेश से अधिक गर्म हो जाता है। सूर्य प्रकाश के कारण प्राप्त प्रति इकाई समय प्रति इकाई क्षेत्रफल औसत ऊर्जा 700 Wm^{-2} है तथा यह 0.05 m^2 के प्रभावी क्षेत्रफल पर पानी द्वारा अवशोषित की जाती है। माना कि पानी से परिवेश में उष्मा हानि न्यूटन के शीतलन के नियम द्वारा नियंत्रित (governed) है, तब एक लम्बे समय पश्चात् पानी तथा परिवेश के तापमान में अन्तर (°C में) होगा (पात्र के प्रभाव को नगण्य लेते है, तथा न्यूटन के शीतलन के नियम के लिए नियतांक = 0.001 s^{-1}, पानी की उष्मीय धारिता = 4200 J kg^{-1} K^{-1} है) :

Sol. **8.33**



$$\left(\frac{dT}{dt}\right) = \left(\frac{eA\sigma 4T_0^3}{ms}\right)(T - T_0)$$

$ms = 4200$

$$\frac{eA\sigma 4T_0^3}{ms} = 0.001$$

$eA\sigma 4T_0^3 = 0.001 \times 4200 = 4.2$

$$\text{Given, } \frac{dQ}{dt \times \text{area}} = 700$$

$$\left(\frac{dQ}{dt}\right) = 700 \times 0.05$$

$= 35$

$$\left(\frac{dQ}{dt}\right) = (eA\sigma 4T_0^3)\,(T - T_0)$$

$35 = 4.2\,\Delta T$

$$\Delta T = \frac{35 \times 10}{42} = \frac{50}{6} = 8.33$$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

JEE ADVANCED
27 September 2020
Chemistry Paper - 2

SECTION–1 (Maximum marks :18)

- This section contains **SIX (06)** questions.
- The answer to each questionis a **SINGLE DIGIT INTEGER ranging from 0 TO 9, BOTH INCLUSIVE.**
- For Each Question, enter the correct integer corresponging to the answer using the mouse and the on-screen virtual numeric keypad in the place designated to enter the answer.
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme :

  Full marks : +3 If ONLY the correct integer is entered;
  Zero Marks : 0 If the questio is unanswered.
  Negative Marks : –1 In all other cases.

भाग -1 (अधिकतम अंक: 18)

- इस भाग में छः (06) प्रश्न शामिल है।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक, एक एकल अंक पूर्णांक है। दोनों सम्मिलित है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, उत्तर दर्ज करने के लिए निर्दिष्ट स्थान पर माउस और ऑन स्क्रीन आभासी (वर्चुअल) संख्यात्मक कीपेड का उपयोग करके उत्तर के अनुरूप सही पूर्णांक दर्ज करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंक पद्धति के अनुसार किया जाएगा।

  पूर्ण अंक : +3 केवल सही विकल्प चुना जाता है।
  शून्य अंक : 0 यदि कोई विकल्प नही चुना जाता है। (अर्थात् प्रश्न का उत्तर नही दिया हो)
  ऋणात्मक अंक : –1 अन्य सभी स्थितियों में।

---

1. The 1st , 2nd , and the 3rd ionization enthalpies, I_1 , I_2 and I_3, of four atoms with atomic numbers n, n + 1, n + 2, and n + 3 , where n < 10, are tabulated below. What is the value of n ?

Atomic number	Ionization Enthalpy (kJ/mol)		
	I_1	I_2	I_3
n	1681	3374	6050
n + 1	2081	3952	6122
n + 2	496	4562	6910
n + 3	738	1451	7733

चार परमाणुओं की प्रथम, द्वितीय तथा ततीय आयनीकरण एन्थैली I_1 , I_2 तथा I_3 है जिसके परमाणु क्रमांक n, n + 1, n + 2 तथा n + 3 है, जहां पर n < 10, नीचे सारणीबद्ध है। n का मान क्या है ?

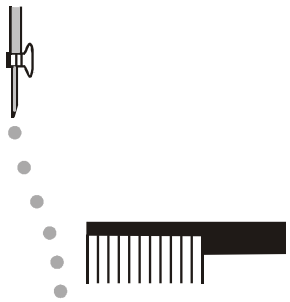
परमाणु क्रमांक	आयनीकरण एन्थैली (kJ/mol)		
	I_1	I_2	I_2
n	1681	3374	6050
n + 1	2081	3952	6122
n + 2	496	4562	6910
n + 3	738	1451	7733

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Ans. **9**

According to the tabulated data
Element with Atomic number (n + 2), should be alkali metal
Hence atomic number = 11
= (n + 2) = 11
n = 9
'n' can't be '1'

2. Consider the following compounds in the liquid form :
O_2 , HF, H_2O , NH_3 , H_2O_2 , CCl_4 , $CHCl_3$, C_6H_6 , C_6H_5Cl.
When a charged comb is brought near their flowing stream, how many of them show deflection as per the following figure ?
द्रव रूप में निम्नलिखित यौगिकों पर विचार कीजिए :
O_2 , HF, H_2O , NH_3 , H_2O_2 , CCl_4 , $CHCl_3$, C_6H_6 , C_6H_5Cl.
जब आवेशित कंघी को उनकी प्रवाहित धारा के पास लाया जाता है तो निम्न आकति के अनुसार उनमें कितने विक्षेप दिखाई देते है।



Ans. **6**

Only polar molecules deflected by charged comb.
HF, H_2O , NH_3 , H_2O_2 , $CHCl_3$, C_6H_5Cl

3. In the chemical reaction between stoichiometric quantities of $KMnO_4$ and KI in weakly basic solution, what is the number of moles of I_2 released for 4 moles of $KMnO_4$ consumed ?
दुर्बल क्षारीय विलयन में $KMnO_4$ तथा KI के रससमीकरणमिति मात्रा के मध्य अभिक्रिया में प्रयुक्त $KMnO_4$ के 4 मोल से मुक्त I_2 के मोलों की संख्या है ?

Ans. **6**

$KMnO_4 + KI \xrightarrow[\text{Basic}]{\text{weak}} MnO_2 + I_2$

n-factor = 3 n-actor = 2
Equivalents of $KMnO_4$ = Equivalents of I_2
3 × moles of $KMnO_4$ = 2 × moles of I_2
Moles of I_2 = 6 moles

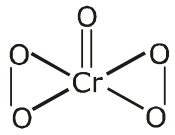
Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

4. An acidified solution of potassim chromate was layered with an equal volume of amyl alcohol. When it was shaken after the addition of 1 mL of 3% H_2O_2, a blue alcohol layer was obtained. The blue color is due to the formation of a chromium (VI) compound 'X'. What is the number of oxygen atoms bonded to chromium through only single bonds in a molecule of X ?

पौटेशियम क्रोमेट का एक अम्लीय विलयन, एमाइल एल्कोहॉल की समान मात्रा के साथ बहुस्तरीय है। जब 3% H_2O_2 के 1 mL को जोड़ने के बाद इसे हिलाया जाता है तो नीले एल्कोहॉल की परत प्राप्त होती है। नीला रंग क्रोमियम (IV) यौगिक 'X' के बनने के कारण होता है। X के अणु में केवल एकल बन्धन के माध्यम से क्रोमियम से बंधे ऑक्सीजन परमाणुओं की संख्या कितनी है ?

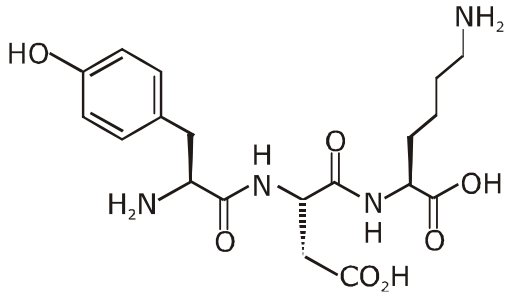
Ans. **4**

Blue colour compound of 'Cr' is CrO_5.



5. The structure of a peptide is given below.

पेप्टाइड़ की संरचना नीचे दी गई है–



If the absolute values of the net charge of the peptide at pH = 2, pH = 6, and pH = 11 are $|z_1|$, $|z_2|$, and $|z_3|$, respectively, then what is $|z_1| + |z_2| + |z_3|$?

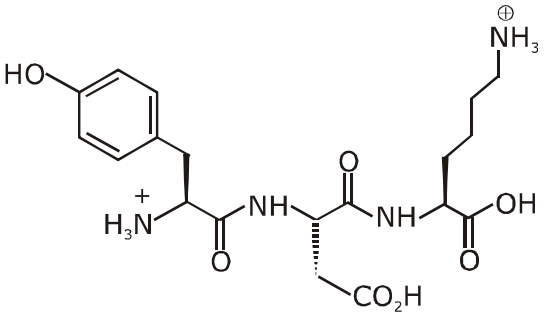
यदि pH = 2, pH = 6 तथा pH = 11 पर पेप्टाइड़ के कुल आवेश का पूर्ण मान क्रमशः $|z_1|$, $|z_2|$ तथा $|z_3|$ है तब $|z_1| + |z_2| + |z_3|$ क्या है।

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Ans. 5

(i) At pH = 2 (Highly acidic)

In highly acidic medium the given tripeptide exist as cationic form.

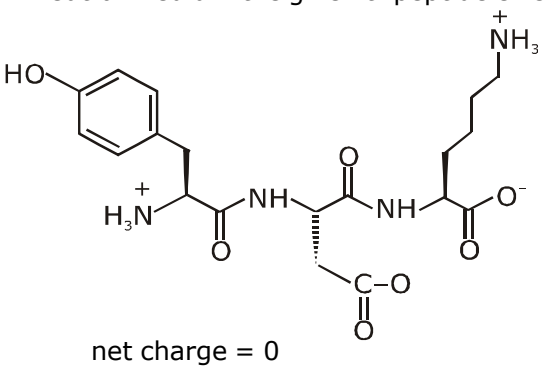


net charge +2

$|Z_1| = 2$ at pH = 2

(ii) At pH = 6 (neutral solution)

In neutral medium the given tripeptide exist as Zwitter ion.

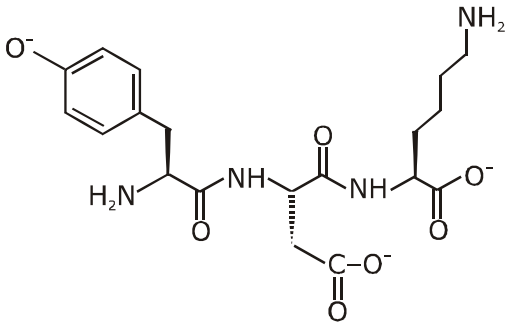


net charge = 0

$|Z_2| = 0$ at pH = 6

(iii) at pH = 11 (basic medium)

In basic medium the given tripeptide exist in anionic form.



Net charge = −3

$|Z_3| = 3$

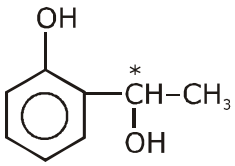
Therefore $|Z_1| + |Z_2| + |Z_3| = 2 + 0 + 3 = 5$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

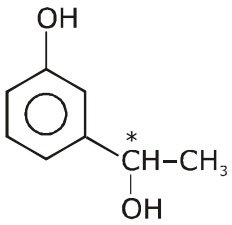
6. An organic compound ($C_8H_{10}O_2$) rotates plane-polarized light. It produces pink color with neutral $FeCl_3$ solution. What is the total number of all the possible isomers for this compound ?
एक कार्बनिक यौगिक ($C_8H_{10}O_2$) समतल ध्रुवीय प्रकाश का घूर्णन करता है। यह उदासीन $FeCl_3$ विलयन के साथ गुलाबी रंग देता है इस यौगिक के लिए सभी सम्भव समावयवीयों की कुल संख्या क्या है ?

Ans. **6**

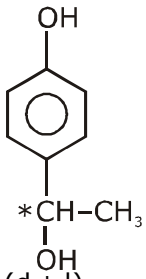
DOU of $C_8H_{10}O_2$ is 4.
It gives pink colour with neutral $FeCl_3$ solution.It means phenolic group should be present in the compound.



(d + l)



(d + l)



(d + l)

Total optically active isomer = 6

SECTION 2 (Maximum Marks : 24)

- Section contains **SIX (06)** questions.
- Each question has **FOUR** options. **ONE OR MORE THAN ONE** of these four option(s) is (are) correct answer(s).
- For each question, choose the option(s) corresponding to (all) the correct answer(s).
- Answer the each question will be evaluated <u>according to the following marking scheme:</u>

Full Marks	: +4	If only (all the correct option(s) is (are) chosen;
Partial Marks	: +3	If all the four options are correct but ONLY three options are chosen;
Partial Marks	: +2	If three or more options are correct but ONLY two options are chosen, both of which are correct;
Partial Marks	: +1	If two or more options are correct but ONLY one option is chosen and it is a correct option;
Zero Marks	: 0	If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered);
Negative Marks	: –2	In all other cases.

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

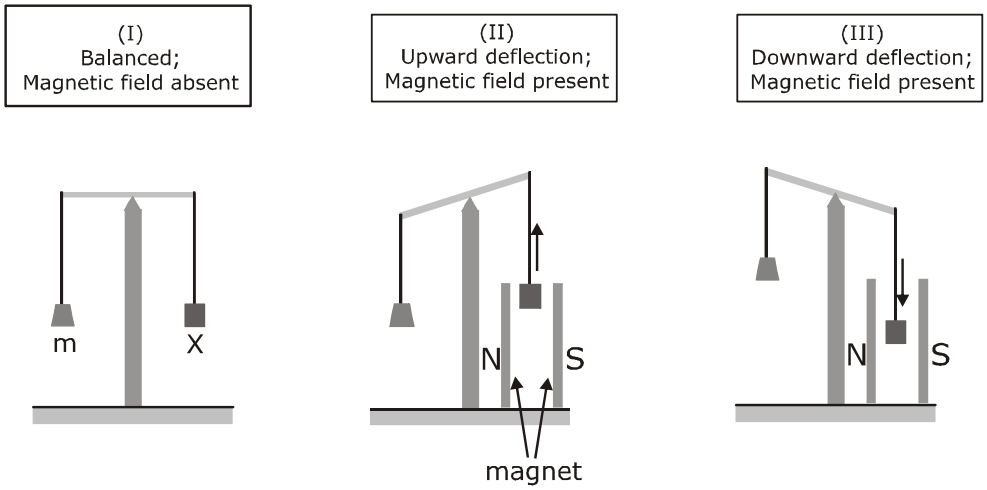
भाग -2 (अधिकतम अंक : 24)

- इस भाग में छः (06) प्रश्न शामिल है।
- प्रत्येक प्रश्न के चार विकल्प है। इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही उत्तर है (हैं)।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, सभी सही उत्तरों के अनुरूप विकल्प चुनिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंक पद्धति के अनुसार किया जाएगा।

पूर्ण अंक	: +4 यदि केवल (सभी) विकल्प चुने जाते है, (हैं)।
आंशिक अंक	: +3 यदि सभी चारों विकल्प सही है, लेकिन केवल तीन विकल्प चुने जाते हैं।
आंशिक अंक	: +2 यदि तीन या अधिक विकल्प सही है लेकिन केवल दो विकल्प चुने जाते है, जो कि दोनों ही सही हो।
आंशिक अंक	: +1 यदि दो या अधिक विकल्प सही है, लेकिन केवल एक विकल्प चुना जाता है तथा यह एक सही विकल्प हो।
शून्य अंक	: 0 यदि कोई विकल्प नही चुना जाता है (अर्थात् प्रश्न का उत्तर नही दिया हो)।
ऋणात्मक अंक	: –2 अन्य सभी स्थितियों में।

---

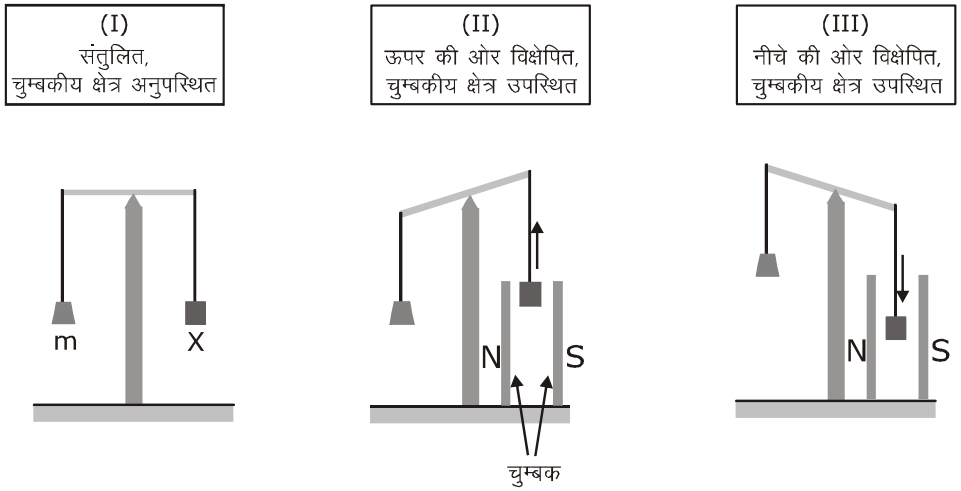
7. In an experiment, m grams of a compound X (gas/liquid/solid) taken in a container is loaded in a balance as shown in figure I below. In the presence of a magnetic field, the pan with X is either deflected upwards (figure II), or deflected downwards (figure III), depending on the compound X. Identify the correct statement(s).



(A) If X is $H_2O(l)$, deflection of the pan is upwards.
(B) If X is $K_4[Fe(CN)_6](s)$, deflection of the pan is upwards.
(C) If X is $O_2(g)$, deflection of the pan is downwards.
(D) If X is $C_6H_6(l)$, deflection of the pan is downwards.

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

एक प्रयोग में, एक कंटेनर में लिये गये एक यौगिक X (गैस/द्रव/ठोस) के m ग्राम को एक संतुलन में लाद दिया जाता है जैसा कि नीचे चित्र I में दिखाया गया है। चुम्बकीय क्षेत्र की उपस्थिति में, यौगिक X पर अवलंबित, X के साथ पलड़ा या तो ऊपर कीओर विक्षेपित होता है (आकति II) या नीचे की ओर विक्षेपित होता है (आकति III) । सही कथन (नों) को पहचानियें।

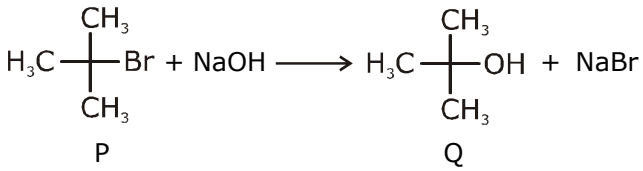


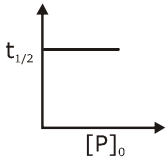
(A) यदि X , $H_2O(l)$ है तो पलडा ऊपर की ओर विक्षेपित होता है।
(B) यदि X, $K_4[Fe(CN)_6](s)$ है तो पलड़ा ऊपर की ओर विक्षेपित होता है।
(C) यदि X, $O_2(g)$ है तो पलड़ा नीचे की ओर विक्षेपित होता है।
(D) यदि X, $C_6H_6(l)$ है तो पलड़ा नीचे की ओर विक्षेपित होता है।

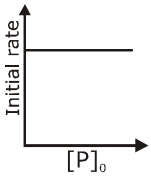
Ans. **A,B,C**

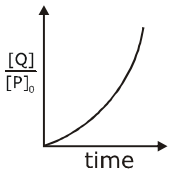
Paramagnetic substances are attached by magnetic fields & diamagnetic substances are repelled by magnetic field.
O_2 - is paramagnetic
H_2O & $C_6H_6(l)$ - are Diamagnetic
& $K_4[fe(CN)_6]$ is also Diamagnetic

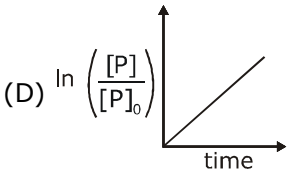
8. Which of the following plots is(are) correct for the given reaction ?
($[P]_0$ is the initial concentration of P)



(A) 

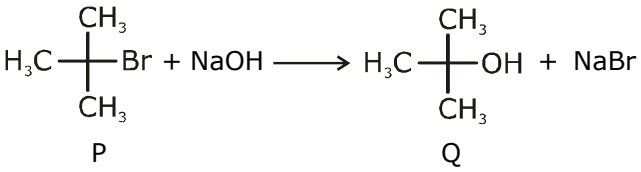
(B) 

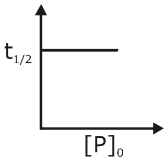
(C) 

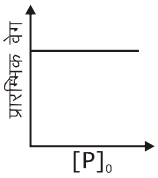
(D) 

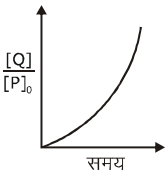
Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

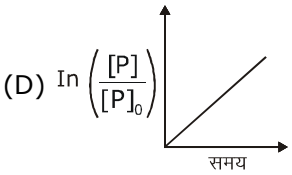
दी गई अभिक्रिया के लिए निम्नलिखित में से कौनसा आरेख सही है ?
($[P]_0$, P की प्रारम्भिक सान्द्रता है)



(A) 

(B) 

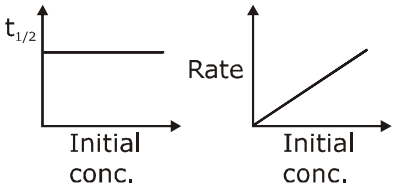
(C) 

(D) 

Ans. **A**

As there is no inversion. Hence should be

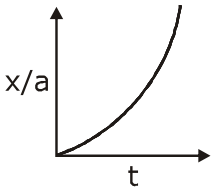
$S_N1 \rightarrow 1^{st}$ order



(C) $x = a\left\{1 - e^{-kt}\right\}$

$x/a = 1 - e^{-kt}$

$\frac{x}{a} = \frac{Q}{P_0}$



Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

9. Which among the following statement(s) is(are) true for the extraction of aluminium from bauxite ?
(A) Hydrated Al_2O_3 precipitates, when CO_2 is bubbled through a solution of sodium aluminate.
(B) Addition of Na_3AlF_6 lowers the melting point of alumina.
(C) CO_2 is evolved at the anode during electrolysis.
(D) The cathode is a steel vessel with a lining of carbon.
बॉक्साइट से ऐल्युमिनियम के निष्कर्षण के लिए निम्नलिखित मे से कौनसा/कौनसे कथन सही है ?
(A) हाइड्रेटेड Al_2O_3 अवक्षेपित होता है, जब सोडियम ऐल्युमिनेट के माध्यम से CO_2 को बुदबुदाया जाता है।
(B) Na_3AlF_6 के मिलाने पर ऐलुमिना का गलनांक कम हो जाता है।
(C) CO_2 विद्युत अपघटन के दौरान एनोड़ पर विकसित होते है।
(D) कैथोड़ एक स्टील का पात्र है जिसमें कार्बन की परत होती है।

Ans. **A,B,C,D**
Refer topic metallurgy
extraction of Al (Hall's process and Hall Heroult's electrolytic cell)

10. Choose the correct statement(s) among the following.
(A) $SnCl_2 \cdot 2H_2O$ is a reducing agent.
(B) SnO_2 reacts with KOH to form $K_2[Sn(OH)_6]$.
(C) A solution of $PbCl_2$ in HCl contains Pb^{2+} and Cl^- ions.
(D) The reaction of Pb_3O_4 with hot dilute nitric acid to give PbO_2 is a redox reaction.
निम्नलिखित मे से सही कथन/कथनों को चुनिए–
(A) $SnCl_2 \cdot 2H_2O$ एक अपचायक कारक है।
(B) SnO_2 , KOH के साथ क्रिया करके $K_2[Sn(OH)_6]$ का निर्माण करता है।
(C) HCl में $PbCl_2$ के विलयन में Pb^{2+} तथा Cl^- आयन शामिल होते है।
(D) Pb_3O_4 गर्म तनु नाइट्रिक अम्ल के साथ अभिक्रिया करने पर PbO_2 देता है जो कि एक रेडॉक्स अभिक्रिया है।

Ans. **A,B**

$SnO_2 + KOH \longrightarrow K_2SnO_3 + H_2O$

or

Amphoteric $K_2[Sn(OH)_6]$

$PbCl_2 + HCl \longrightarrow H_2[PbCl_4]$

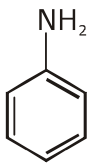
$Pb_3O_4 + HNO_3 \longrightarrow PbO_2 + Pb(NO_3)_2 + H_2O$

or

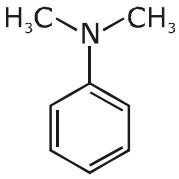
$2PbO.PbO_2$ (Non redox reaction)

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

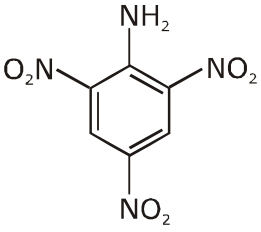
11. Consider the following four compounds I, II, III, and IV.



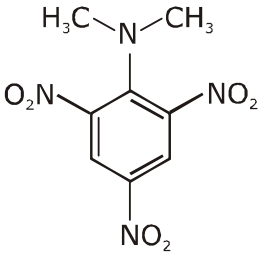
I



II



III



IV

Choose the correct statement(s).

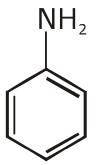
(A) The order of basicity is II > I > III > IV.

(B) The magnitude of pK_b difference between I and II is more than that between III and IV.

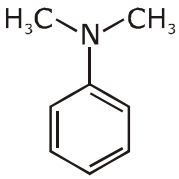
(C) Resonance effect is more in III than in IV

(D) Steric effect makes compound IV more basic than III.

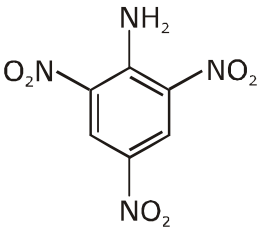
निम्नलिखित चार यौगिकों I, II, III तथा IV पर विचार कीजिए।



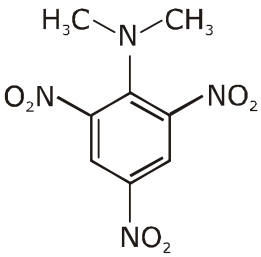
I



II



III



IV

सही कथन/कथनों को चुनिये–

(A) क्षारकता का क्रम II > I > III > IV है।

(B) pK_b के परिमाण का I तथा II के मध्य अन्तर III तथा IV की तुलना में अधिक है।

(C) अनुनाद प्रभाव IV की तुलना में III में अधिक है।

(D) स्टेरिक प्रभाव यौगिक IV को यौगिक III की तुलना में अधिक क्षारीय बनाता है।

Ans. **C,D**

(A) Correct basic strength order of given compound.

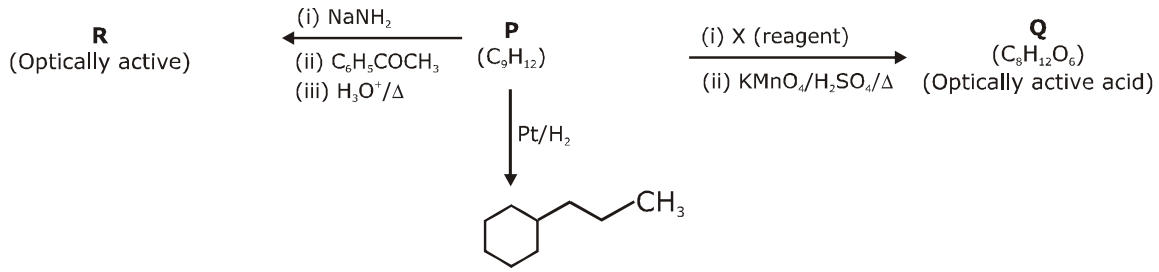
(IV) > (II) > (I) > (III)

(B) Compound IV is a stronger base than III due to SIR effect, which basic strength difference between I & II is very less.

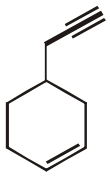
(C) In compound IV due to SIR effect both $-NO_2$ and $-N(CH_3)_2$ group will be out of plane hence resonance effect in compound IV is less.

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

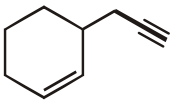
12. Consider the following transformations of a compound P.

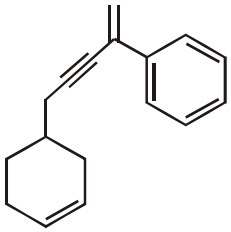


Choose the correct options(s).

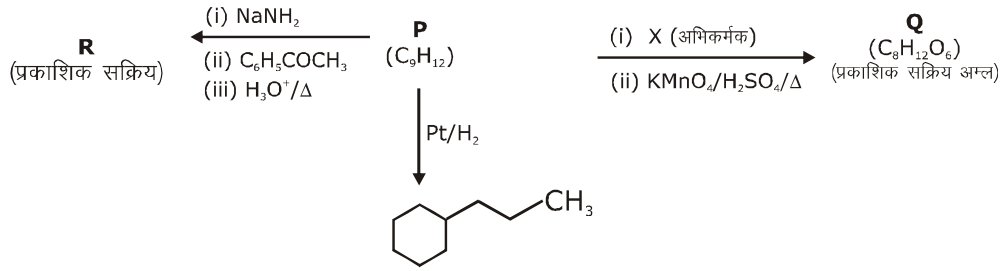
(A) P is 

(B) X is Pd-C/quinoline/H_2

(C) P is 

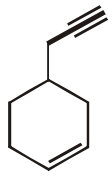
(D) R is 

यौगिक P के निम्नलिखित रूपान्तरणों पर विचार कीजिए।

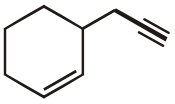


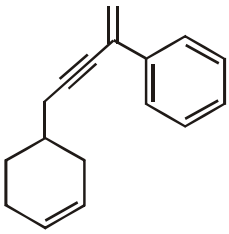
सही विकल्प/विकल्पों को चुनिए।

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

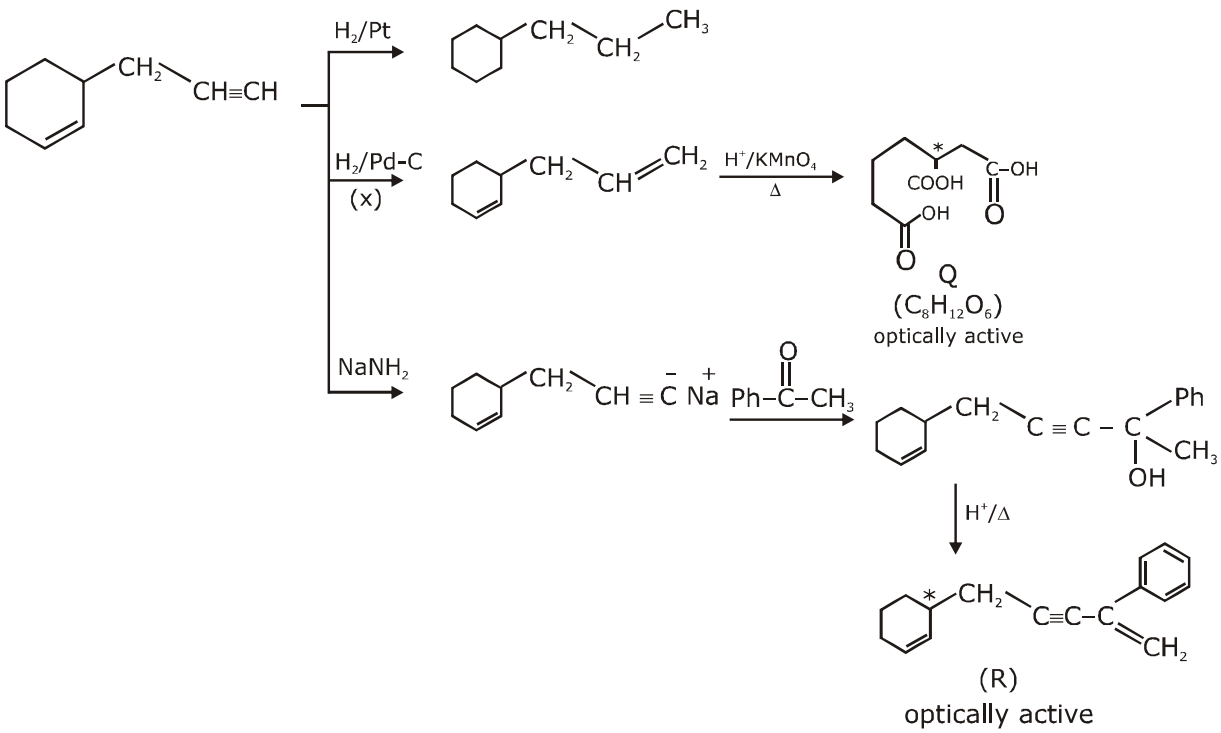
(A) P  है।

(B) X Pd-C/क्विनोलीन/H_2

(C) P  है।

(D) R  है।

Ans. B,C



Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

SECTION 3 (Maximum Marks : 24)

- This section contains **SIX (06)** questions. The answer to each question is a **NUMERICAL VALUE**.
- For each question, enter the correct numerical value of the answer using the mouse and the on-screen virtual numeric keypad in the place designated to enter the answer. If the numerical value has more than two decimal places, **truncate/round-off** the value to **TWO** decimal places.
- Answer the each question will be evaluated according to the following marking scheme:

  Full Marks : +4 If ONLY the correct numerical value is entered;

  Zero Marks : 0 In all other cases.

भाग -3 (अधिकतम अंक : 24)

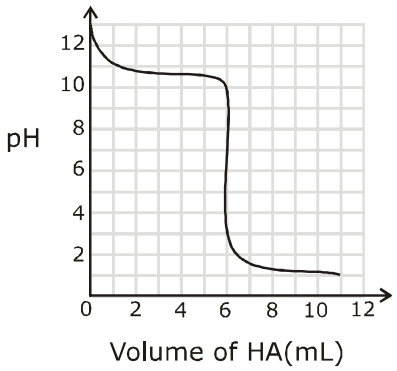
- इस भाग में छः **(06)** प्रश्न शामिल है। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, उत्तर प्रविष्ट करने के लिए निर्दिष्ट स्थान पर माउस और ऑन–स्क्रीन आभासी (वर्चुअल) संख्यात्मक कीपेड का उपयोग करके उत्तर का सही संख्यात्मक मान दर्ज करे। यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान है, तो दो दशमलव स्थानों के मान को छोटा/निकटतम करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित पद्धति के अनुसार किया जाएगा।

  पूर्ण अंक : +4 यदि केवल सही संख्यात्मक मान प्रविष्ट किया गया है।

  शून्य अंक : 0 अन्य सभी स्थितियों में।

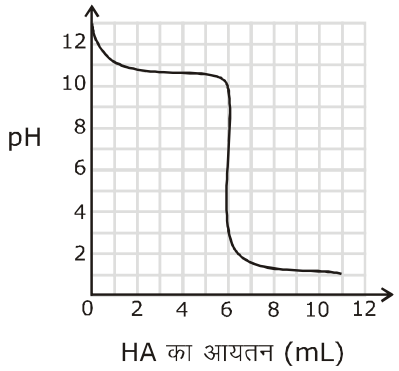
---

13. A solution of 0.1 M weak base (B) is titrated with 0.1 M of a strong acid (HA). The variation of pH of the solution with the volume of HA added is shown in the figure below. What is the pK_b of the base ? The neutralization reaction is given by $B + HA \rightarrow BH^+ + A^-$.



Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

0.1 M दुर्बल क्षार (B) का एक विलयन 0.1 M के प्रबल अम्ल (HA) के साथ अनुमापित होता है। विलयन के pH का परिवर्तन HA के आयतन के साथ निम्नलिखित आकति में दर्शाया गया है। क्षार का pK_b क्या है ? उदासीनीकरण अभिक्रिया को $B + HA \rightarrow BH^+ + A^-$ द्वारा दिया गया है।



Ans. **3.3**

$B + HA \longrightarrow BH^{\oplus} + A^-$

0.1M 0.1M

0mL pH = 13

3mL → 50% Neutralization pH = 11

6 mL → equivalence point pH = 3 to 9

50% Neutralization

$pOH = pk_b \longrightarrow$ **$P^{kb} = 3$**

equivalence point

$$pH = 6 \Rightarrow [H^+] = 10^{-6} = \sqrt{\frac{K_w}{K_b} \times \frac{0.1 \times 6}{12}}$$

$$10^{-12} = \frac{10^{-14} \times 10^{-1}}{K_b} \times \frac{1}{2}$$

$k_b = 5 \times 10^{-4}$

$pk_b = 4 - 0.7 = 3.3$

14. Liquids A and B form ideal solution for all compositions of A and B at 25 °C. Two such solutions with 0.25 and 0.50 mole fractions of A have the total vapor pressures of 0.3 and 0.4 bar, respectively. What is the vapor pressure of pure liquid B in bar ?

द्रव पदार्थ A तथा B 25 °C पर A तथा B के सभी अवयवों के लिए आदर्श विलयन बनाते है। A के 0.25 तथा 0.50 मोल अंशो वाले दो विलयनों का कुल वाष्प दाब क्रमशः 0.3 तथा 0.4 बार है। शुद्ध द्रव पदार्थ B का वाष्प दाब बार में कितना है।

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Ans. **0.2**

$P_{Total} = 0.3 \quad x_A = \frac{1}{4} \Rightarrow 0.3 = \frac{1}{4} P_A^0 + \frac{3}{4} P_B^0$

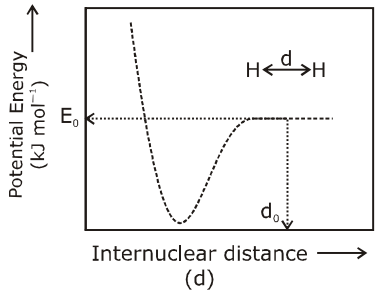
$P_{Total} = 0.4 \quad x_A = \frac{1}{2} \quad 0.4 = \frac{1}{2} P_A^0 + \frac{1}{2} P_B^0$

$1.2 = P_A^0 + 3P_B^0$

$0.8 = P_A^0 + P_B^0 \Rightarrow 2P_B^0 = 0.4 \text{ bar}$

$P_B^0 = 0.2$

15. The figure below is the plot of potential energy versus internuclear distance (d) of H_2 molecule in the electronic ground state. What is the value of the net potential nergy E_0 (as indicated in the figure) in kJ mol^{-1}, for $d = d_0$ at which the electron-electron repulsion and the nucleus-nucleus repulsion energies are absent ? As reference, the potential energy of H atom is taken as zero when its electron and the nucleus are infinitely far apart.
Use Avogadro constant as 6.023×10^{23} mol^{-1} .



Ans. **–5242.42**
P. E of 2 H-atoms

$= -2 \times 13.6 \times \frac{z^2}{n^2}$ ev/atom + $(-2 \times 13.6 \times \frac{z^2}{n^2})$ ev/ atom

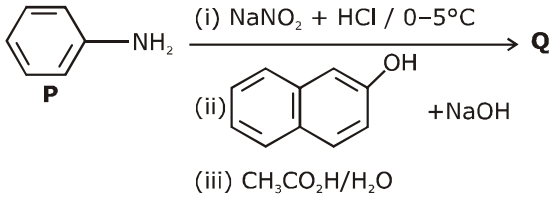
$= -2 \times 2 \times 13.6 \times \frac{(1)^2}{(1)^2}$ ev/atom

$= -4 \times 13.6 \times 1.6 \times 10^{-19}$ J/atom $\times 6.023 \times 10^{23} \frac{\text{atom}}{\text{mol}}$

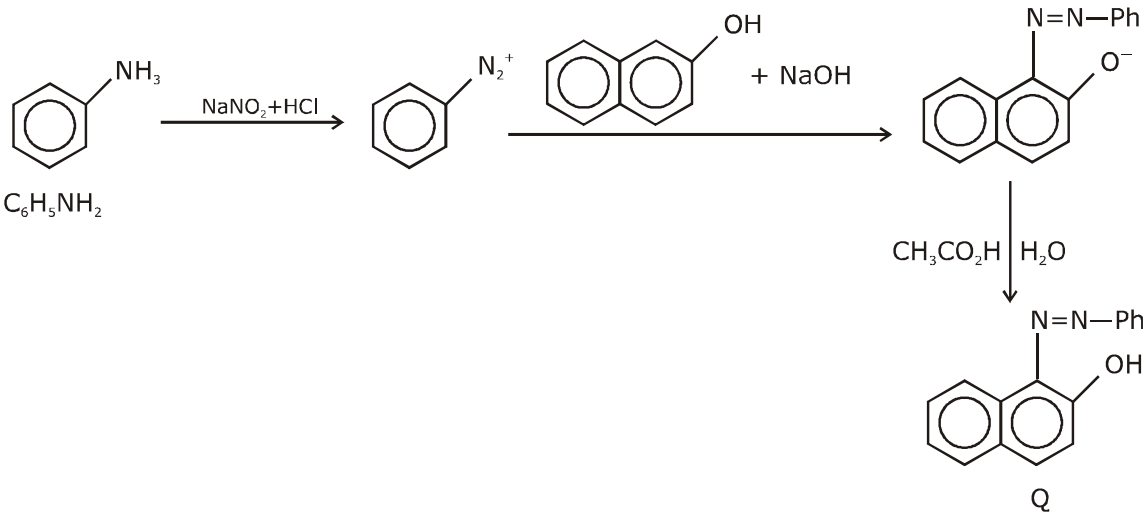
$= -4 \times 13.6 \times 1.6 \times 6.023 \times 10^4$ J/mole
$= -5242.42$ KJ/mol

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

16. Consider the reaction sequence from P to Q shown below. The overall yield of the major product Q from P is 75%. What is the amount in grams of Q obtained from 9.3 mL of P ?
(Use density of P = 1.00 g mL^{-1} ; Molar mass of C = 12.0, H= 1.0, O=16.0 and N = 14.0 g mol^{-1})
नीचे दर्शाए गए P से Q तक के अभिक्रिया क्रम पर विचार कीजिये। P से मुख्य उत्पाद Q की कुल लब्धि 75% है। P के 9.3 mL से प्राप्त Q के ग्राम में कितनी मात्रा है ? (उपयोग कीजिए P का घनत्व = 1.00 g mL^{-1} ; C का मोलर द्रव्यमान = 12.0, H= 1.0, O=16.0 तथा N = 14.0 g mol^{-1})



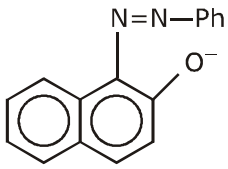
Ans. **18.6**



Molecular weight of aniline = M.wt of C_6NH_7 = 76 + 7 + 14 = 93
Density of P = 1 gm ml^{-1}

9.3 ml of P = 9.3 gm P = $\frac{9.3}{9.3} = 0.1$ mole of P

The mole ratio $PhNH_2$: PhN_2^+ :



= 1 : 1 : 1

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

So the mole of Q formed will be 0.1 mole and extent of reaction is 100% but if it is 75% yield.

Then amount of Q = $0.1 \times \frac{75}{100}$ = 0.075 mol

The molecular formula of Q = $C_{16}H_{12}ON_2$
so M. wt. of Q = 16 × 12 + 12 × 1 + 16 + 2 × 14
= 192 + 12 + 16 + 28
= 248 gm
so amount of Q = 248 × 0.075
= 18.6 gm

17. Tin is obtained from cassiterite by reduction with coke. Use the data given below to determine the minimum temperature (in K) at which the reduction of cassiterite by coke would take place.
At 298 K: $\Delta_f H^0(SnO_2(s)) = -581.0$ kJ mol^{-1} , $\Delta_f H^0(CO_2(g)) = -394.0$ kJ mol^{-1}.
$S^0(SnO_2(s)) = 56.0$ J K^{-1} mol^{-1} , $S^0(Sn(s)) = 52.0$ J K^{-1} mol^{-1} ,
$S^0(C(s)) = 6.0$ J K^{-1} mol^{-1} , $S^0(CO_2(g)) = 210.0$ J K^{-1} mol^{-1} .
Assume that the enthalpies and the entropies are temperature independent.
टिन को कोक के साथ कम करने से कैसेटराईट से प्राप्त किया जाता है।
न्यूनतम तापमान (K में) में निर्धारित करने के लिए नीचे दिये ऑकडो का उपयोग कीजिए? जिस पर कोक द्धारा कैसटराईट की कमी होती है।
298 K पर : $\Delta_f H^0(SnO_2(s)) = -581.0$ kJ mol^{-1} , $\Delta_f H^0(CO_2(g)) = -394.0$ kJ mol^{-1}.
$S^0(SnO_2(s)) = 56.0$ J K^{-1} mol^{-1} , $S^0(Sn(s)) = 52.0$ J K^{-1} mol^{-1} ,
$S^0(C(s)) = 6.0$ J K^{-1} mol^{-1} , $S^0(CO_2(g)) = 210.0$ J K^{-1} mol^{-1} .
मान लीजिए कि एन्थैलीज तथा एन्ट्रोपीज स्वतंत्र ताप पर है।

Ans. **935**

$SnO_2(s) + C(s) \longrightarrow CO_2 + Sn$

ΔH = − 394 + 581
= + 187 KJ/mol
ΔS = 210 + 52 − 56 − 6
= 200 J/k mol
ΔG = 187 × 1000 − 200 × T

$$T = \frac{187 \times 1000}{200} = 935 \text{ K}$$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

18. An acidified solution of 0.05 M Zn^{2+} is saturated with 0.1 M H_2S. What is the minimum molar concentration (M) of H^+ required to prevent the precipitation of ZnS ?
use K_{sp} (ZnS) = 1.25×10^{-22} and overall dissociation constant of H_2S , $K_{NET} = K_1K_2 = 1 \times 10^{-21}$.
0.05 M Zn^{2+} का एक अम्लीय विलयन 0.1 M H_2S के साथ संतप्त है। ZnS के अवक्षेपण को रोकने के लिए आवश्यक H^+ की न्यूनतम मोलर सान्द्रता (M) कितनी है।
उपयोग कीजिए–
K_{sp} (ZnS) = 1.25×10^{-22} H_2S का कुल वियोजन स्थिरांक, $K_{NET} = K_1K_2 = 1 \times 10^{-21}$.

Ans. **0.2**

$[Zn^{+2}]\,[S^{2-}] \leq K_{sp}$ (ZnS)

$$[S^{2-}] \leq \frac{5}{4} \times \frac{10^{-22}}{0.05}$$

$H_2S \rightleftharpoons 2H^+ + s^{2-}$

$$[S^{2-}] = \frac{K_{net} \times [H_2S]}{[H^+]^2}$$

$$\frac{K_{net} \times [H_2S]}{[H^+]^2} \leq \frac{5}{4} \times \frac{10^{-22}}{10^{-2} \times 5}$$

$$[H^+]^2 \geq \frac{10^{-21} \times 10^{-1} \times 4}{10^{-20}}$$

$[H^+]^2 \geq 4 \times 10^{-2}$

$[H^+] \geq 2 \times 10^{-1} = 0.2$

Alternate :

$[Zn^{+2}]\,[S^{2-}] \leq K_{sp}$

$$[S^{2-}] \leq \frac{5}{4} \times \frac{10^{-22}}{0.05} = \frac{1}{4} \times 10^{-20}$$

$H_2S \rightleftharpoons 2H^+ + S^{2-}$

$$[H^+]^2 = \frac{K_1K_2 \times [H_2S]}{[S^{2-}]} = \frac{10^{-21} \times 0.1}{[S^{2-}]}$$

$$[S^{2-}] = \frac{10^{-22}}{[H^+]^2} \leq \frac{1}{4} \times 10^{-20}$$

$[H^+]^2 \geq 4 \times 10^{-2}$

$[H^+] \geq 0.2$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

JEE ADVANCED
27 September 2020
Mathematics Paper - 2

SECTION–1 (Maximum marks :18)

- This section contains **SIX (06)** questions.
- The answer to each questionis a **SINGLE DIGIT INTEGER ranging from 0 TO 9, BOTH INCLUSIVE.**
- For Each Question, enter the correctinteger corresponging to the answer using the mouse and the on-screen virtual numeric keypad in the place designated to enter the answer.
- Answer to each question will be evaluated <u>according to the following marking scheme :</u>

Full marks : +3 If ONLY the correct integer is entered;
Zero Marks : 0 If the questio is unanswered.
Negative Marks : –1 In all other cases.

भाग -1 (अधिकतम अंक: 18)

- इस भाग में छः (06) प्रश्न शामिल है।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक, एक एकल अंक पूर्णांक है। दोनों सम्मिलित है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, उत्तर दर्ज करने के लिए निर्दिष्ट स्थान पर माउस और ऑन स्क्रीन आभासी (वर्चुअल) संख्यात्मक कीपेड का उपयोग करके उत्तर के अनुरूप सही पूर्णांक दर्ज करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंक पद्धति के अनुसार किया जाएगा।

पूर्ण अंक : +3 केवल सही विकल्प चुना जाता है।
शून्य अंक : 0 यदि कोई विकल्प नही चुना जाता है। (अर्थात् प्रश्न का उत्तर नही दिया हो)
ऋणात्मक अंक : –1 अन्य सभी स्थितियों में।

Q.1 For a complex number z, let $\mathrm{Re}(z)$ denote the real part of z. Let S be the set of all complex numbers z satisfying $z^4 - |z|^4 = 4iz^2$, where $i = \sqrt{-1}$. Then the minimum possible value of $|z_1 - z_2|^2$, where $z_1, z_2 \in S$ with $\mathrm{Re}(z_1) > 0$ and $\mathrm{Re}(z_2) < 0$, is

Q.1 एक सम्मिश्र संख्या z के लिये माना $\mathrm{Re}(z)$, z के वास्तविक भाग को निरूपित करता है। माना $z^4 - |z|^4 = 4iz^2$, को सन्तुष्ट करने वाली सभी सम्मिश्र संख्याओ z का समुच्य S है, जहाँ $i = \sqrt{-1}$ है। तब $|z_1 - z_2|^2$ का न्यूनतम सम्भावित मान होगा। जहाँ $\mathrm{Re}(z_1) > 0$ तथा $\mathrm{Re}(z_2) < 0$, के साथ $z_1, z_2 \in S$ है –

Ans. **8**

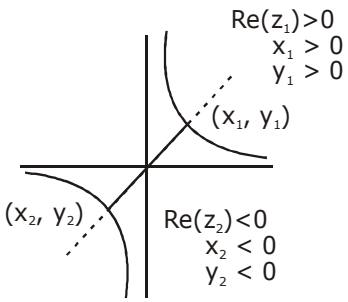
$z^4 - |z|^4 = 4iz^2$

$z^4 - |\bar{z}|^2|z|^2 = 4i\, z^2$

$z^2 (z^2 - (\bar{z})^2) = 4iz^2$

$z^2 = 0 \mid z^2 - (\bar{z})^2 = 4i$

Let z = x + iy



Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

$z^2 - (\bar{z})^2 = 4i$
$(x + iy)^2 - (x - iy)^2 = 4i$
$xy = 1$
Now $(z_1 - z_2)^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$
$= x_1^2 + x_2^2 + y_1^2 + y_2^2 - 2x_1x_2 - 2y_1 y_2$
$= x_1^2 + x_2^2 + y_1^2 + y_2^2 + 2x_1 (-x_2) + 2y_1(-y_2)$
Now AM $\geq$ GM
$\geq 8(x_1^2 x_2^2 y_1^2 y_2^2 x_1 x_2 y_1 y_2)^{1/8}$
≥ 8

Q.2 The probability that a missile hits a target successfully is 0.75 . In order to destroy the target completely, at least three successful hits are required. Then the minimum number of missiles that have to be fired so that the probability of completely destroying the target is NOT less than 0.95, is

Q.2 एक मिसाइल द्वारा सफलता पूर्वक लक्ष्म पर मारने की प्रायिकता 0.75 है। लक्ष्य को पूरी तरह नष्ट करने के लिए कम से कम तीन सफल मार की आवश्यकता है, तब मिसाइलों की न्यूनतम संख्या, जिनको दागा जाता है। ताकि लक्ष्य को सम्पूर्ण नष्ट करने की प्रायिकता 0.95 से कम न हो, होगी।

Ans. **6**
P(Hit) = 0.75 = 3/4 & P(Hitnot) = 0.25 = 1/4
P(targel Hit) $\geq$ 0.95
1 - P (tagent not hit in n throws) $\geq$ 0.95

$$1 - {}^nC_0 (\bar{H})^n - {}^n C_1 (\bar{H})^{n-1} . (H) - {}^n C_2 (\bar{H})^{n-2} (H)^2 \geq 0.95$$

$$1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n - n.\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} . \frac{3}{4} - \frac{n(n-1)}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^{n-2}\left(\frac{3}{4}\right)^2 \geq 0.95$$

$$1 - 0.95 \geq \left(\frac{1}{4}\right)^n \left[\frac{9n^2 - 3n + 2}{2}\right]$$

$$\left[9n^2 - 3n + 2\right] \leq \frac{4^n}{10}$$

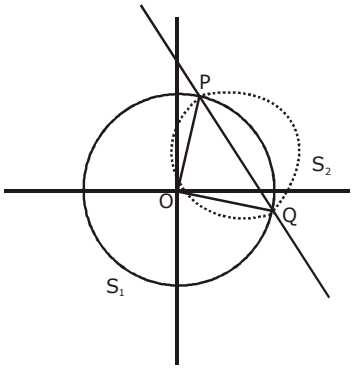
Now check n = 6

Q.3 Let O be the centre of the circle $x^2 + y^2 = r^2$, where $r > \frac{\sqrt{5}}{2}$. Suppose PQ is a chord of this circle and the equation of the line passing through P and Q is $2x + 4y = 5$. If the centre of the circumcircle of the triangle OPQ lies on the line $x + 2y = 4$, then the value of r is

Q.3 माना O वत्त $x^2 + y^2 = r^2$, का केन्द्र है जहाँ $r > \frac{\sqrt{5}}{2}$ है। माना PQ इस वत्त की एक जीवा है तथा P एवं Q से गुजरने वाली रेखा का समीकरण $2x + 4y = 5$ है। यदि त्रिभुज OPQ के परिवत्त का केन्द्र रेखा $x + 2y = 4$, पर स्थित है, तब r का मान होगा।

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Ans. 2



$S_1 : x^2 + y^2 = r^2$ whre $r > \frac{\sqrt{5}}{2}$

now let $S_2 : x^2 + y^2 + ax + by = 0 \Rightarrow C_2; \left(\frac{-a}{2}, \frac{-b}{2}\right)$

RA of $S_1 = 0$ & $S_2 = 0$ is PQ
PQ : RA : $S_1 - S_2 = 0$
PQ : $ax + by + r^2 = 0$
Given PQ : $2x + 4y - 5 = 0$

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{r^2}{-5} \quad .....(1)$$

also centre of S_2 lies on $x + 2y = 4$

$$\Rightarrow \frac{-a}{2} - b = 4 \quad ....(2)$$

from (1) & (2)

$$\frac{-r^2}{-5} - \frac{4r^2}{-5} = 4$$

$- 5r^2 = -2o$
$r^2 = 4$
$r = 2$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Q.4 The trace of a square matrix is defined to be the sum of its diagonal entries. If A is a 2×2 matrix such that the trace of A is 3 and the trace of A^3 is -18 , then the value of the determinant of A is

Q.4 एक वर्ग आवयुह का अनुरेखण, इसके विकर्ण के अवयवो के योगफल को परिभाषित करता है। यदि A एक 2×2 का आव्युह इस प्रकार है कि A का अनुरेखण 3 है तथा A^3 का अनुरेखण –18 है, तब A के सारणिक का मान होगा –

Ans. 5

Let $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow T_r(A) = 3$

$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & 3-a \end{bmatrix}$

$A^3 = \begin{bmatrix} a^2+bc & 3b \\ 3c & cb+(3-a)^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ c & 3-a \end{bmatrix}$

$T_r(A^3) = a^3 + abc + 3bc + 3bc + 3bc + (3-a)^2 3 - abc - a(3-a)^2$

$-18 = a^3 + 9bc + (3-a)^3$

$\Rightarrow a^3 + 9bc + 27 - a^3 - 3.3a(3-a) = -18$

$\Rightarrow a^2 - 3a + bc = -5$

Now $|A| = a(3-a) - bc$

$= 3a - a^2 - bc$

$|A| = 5$

Q.5 Let the functions $f:(-1,1)\to\mathbb{R}$ and $g:(-1,1)\to(-1,1)$ be defined by

$f(x) = |2x-1| + |2x+1|$ and $g(x) = x - [x]$

where [x] denotes the greatest integer less than or equal to x. Let fog $:(-1,1)\to\mathbb{R}$ be the composite function defined by (fog)(x) = f(g(x)). Suppose c is the number of points in the interval (-1,1) at which fog is NOT continuous, and suppose d is the number of points in the interval (-1,1) at which fog is NOT differentiable. Then the value of $c+d$ is

Q.5 माना फलन $f:(-1,1)\to\mathbb{R}$ तथा $g:(-1,1)\to(-1,1)$,

$f(x) = |2x-1| + |2x+1|$ तथा $g(x) = x - [x]$ के द्वारा परिभाषित है, जहाँ [x], x से छोटे या बराबर महत्तम पूर्णांक को निरूपित करता है। माना fog $:(-1,1)\to\mathbb{R}$ एक संयुक्त फलन है जो (fog)(x) = f(g(x)) के द्वारा परिभाषित है। माना c अंतराल (–1,1) में बिन्दुओ की संख्या है जिस पर Fog संतत नही है तथा माना d अंतराल (–1,1) में बिन्दुओ की संख्या है जिस पर fog अवकलनीय नही है, तब $c+d$ का मान होगा।

Ans. 4

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

$f(x) = |2x - 1| + |2x + 1|$

$$f(x) = \begin{cases} 4x & x \geq \frac{1}{2} \\ 2 & \frac{-1}{2} < x < \frac{1}{2} \\ -4x & x \leq \frac{-1}{2} \end{cases}$$

$g(x) = x - [x] = \{x\}$

$$\text{Now fog} = \begin{cases} 4g(x) & g(x) \geq \frac{1}{2} \\ 2 & \frac{-1}{2} < g(x) < \frac{1}{2} \\ -4g(x) & g(x) \leq \frac{-1}{2} \end{cases}$$

$$\text{fog} = \begin{cases} 4\{x\} & \frac{1}{2} \leq x < 1 \\ 4\{x\} & \frac{-1}{2} \leq x < 0 \\ 2 & -1 < x < \frac{-1}{2} \\ 2 & 0 \leq x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{fog} = \begin{cases} 4x & \frac{1}{2} \leq x < 1 \\ 2 & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 4(x+1) & \frac{-1}{2} \leq x < 0 \\ 2 & -1 < x < \frac{-1}{2} \end{cases}$$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Now check
fog is not continuous at x = 0 only.

fog is not differentiable at x = $\frac{-1}{2}, 0, \frac{1}{2}$

c = 1 & d = 3
c + d = 4

Q.6 The value of the limit

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{4\sqrt{2}(\sin 3x+\sin x)}{\left(2\sin 2x\sin\frac{3x}{2}+\cos\frac{5x}{2}\right)-\left(\sqrt{2}+\sqrt{2}\cos 2x+\cos\frac{3x}{2}\right)}$$ is

Q.6 सीमा $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{4\sqrt{2}(\sin 3x+\sin x)}{\left(2\sin 2x\sin\frac{3x}{2}+\cos\frac{5x}{2}\right)-\left(\sqrt{2}+\sqrt{2}\cos 2x+\cos\frac{3x}{2}\right)}$ का मान है –

Ans. **8**

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{4\sqrt{2}\,(\sin 3x+\sin x)}{\cos\frac{x}{2}-\cos\frac{7x}{2}+\cos\frac{5x}{2}-\sqrt{2}.2\cos^2 x-\cos\frac{3x}{2}}$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{4\sqrt{2}\sin 2x\cos x}{2\sin x\sin\frac{x}{2}+2\sin 3x.\sin\frac{x}{2}-2\sqrt{2}\cos^2 x}$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{16\sqrt{2}\sin x\cos^2 x}{2\sin\frac{x}{2}\{2\sin 2x.\cos x\}-2\sqrt{2}\cos^2 x}$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{16\sqrt{2}\sin x}{2.4\sin\frac{x}{2}\sin x-2\sqrt{2}}$$

$$\frac{16\sqrt{2}}{8.\frac{1}{\sqrt{2}}-2\sqrt{2}}$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{32}{8-4}=\frac{32}{4}=8$$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

SECTION 2 (Maximum Marks : 24)

- Section contains **SIX (06)** questions.
- Each question has **FOUR** options. **ONE OR MORE THAN ONE** of these four option(s) is (are) correct answer(s).
- For each question, choose the option(s) corresponding to (all) the correct answer(s).
- Answer the each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks	: +4	If only (all the correct option(s) is (are) chosen;
Partial Marks	: +3	If all the four options are correct but ONLY three options are chosen;
Partial Marks	: +2	If three or more options are correct but ONLY two options are chosen, both of which are correct;
Partial Marks	: +1	If two or more options are correct but ONLY one option is chosen and it is a correct option;
Zero Marks	: 0	If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered);
Negative Marks	: –2	In all other cases.

भाग -2 (अधिकतम अंक : 24)

- इस भाग में छः (06) प्रश्न शामिल है।
- प्रत्येक प्रश्न के चार विकल्प है। इन चार विकल्पों में से एक या एक से अधिक विकल्प सही उत्तर है (हैं)।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, सभी सही उत्तरों के अनुरूप विकल्प चुनिए।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंक पद्धति के अनुसार किया जाएगा।

पूर्ण अंक	: +4 यदि केवल (सभी) विकल्प चुने जाते है, (हैं)।
आंशिक अंक	: +3 यदि सभी चारों विकल्प सही है, लेकिन केवल तीन विकल्प चुने जाते हैं।
आंशिक अंक	: +2 यदि तीन या अधिक विकल्प सही है लेकिन केवल दो विकल्प चुने जाते है, जो कि दोनों ही सही हो।
आंशिक अंक	: +1 यदि दो या अधिक विकल्प सही है, लेकिन केवल एक विकल्प चुना जाता है तथा यह एक सही विकल्प हो।
शून्य अंक	: 0 यदि कोई विकल्प नही चुना जाता है (अर्थात् प्रश्न का उत्तर नही दिया हो)।
ऋणात्मक अंक	: –2 अन्य सभी स्थितियों में।

Q.7 Let b be a nonzero real number. Suppose $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ is a differentiable function such that $f(0)=1$ If the derivative f' of f satisfies the equation

$f'(x)=\dfrac{f(x)}{b^2+x^2}$ for all $x\in\mathbb{R}$, then which of the following statements is/are TRUE?

(A) If $b>0$, then f is an increasing function

(B) If $b<0$, then f is a decreasing function

(C) $f(x)f(-x)=1$ for all $x\in\mathbb{R}$

(D) $f(x)-f(-x)=0$ for all $x\in\mathbb{R}$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Q.7 माना b एक अशून्य वास्तविक संख्या है। माना $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ एक अवकलनीय फलन इस प्रकार है कि $f(0)=1$ है। यदि f का अवकलज f' जो सभी $x\in\mathbb{R}$ के लिए समीकरण

$f'(x)=\dfrac{f(x)}{b^2+x^2}$ को सन्तुष्ट करता है, तब निम्नलिखित कथनों में से कौनसा सत्य है।

(A) यदि $b>0$ है, तब f एक वर्धमान फलन है।

(B) यदि $b<0$ है, तब f एक हासमान फलन है।

(C) सभी $x\in\mathbb{R}$ के लिए $f(x)f(-x)=1$ है।

(D) सभी $x\in\mathbb{R}$ के लिए $f(x)-f(-x)=0$ है।

Ans. **A,C**

$$\int\frac{f'(x)}{f(x)}dx=\int\frac{1}{b^2+x^2}dx$$

$$\ln(f(x))=\frac{1}{b}\tan^{-1}\left(\frac{x}{b}\right)+c$$

put $x=0\Rightarrow c=0$

(A) $f(x)=e^{\frac{1}{b}\tan^{-1}\left(\frac{x}{b}\right)}$

$f(x)>0\ \forall\ x\in R\quad\because f'(x)=\dfrac{f(x)}{b^2+x^2}>0\Rightarrow f(x)\uparrow$

(C) $f(x)\,f(-x)=e^{\left(\frac{1}{b}\tan^{-1}\frac{x}{b}\right)-\frac{1}{b}\tan^{-1}\left(\frac{x}{b}\right)}=e^0=1$

(D) $f(x)-f(-x)=e^{\frac{1}{b}\tan^{-1}\left(\frac{x}{b}\right)}-e^{-\frac{1}{b}\tan^{-1}\left(\frac{x}{b}\right)}$

for all $x\in R\neq 0$

Q.8 Let a and b be positive real numbers such that $a>1$ and $b<a.$ Let P be a point in the first quadrant that lies on the hyperbola $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1.$ Suppose the tangent to the hyperbola at P passes through the point $(1,0),$ and suppose the normal to the hyperbola at P cuts off equal intercepts on the coordinate axes. Let Δ denote the area of the triangle formed by the tangent at P, the normal at P and the x -axis. If e denotes the eccentricity of the hyperbola, then which of the following statements is/are TRUE?

(A) $1<e<\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{2}<e<2$ (C) $\Delta=a^4$ (D) $\Delta=b^4$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Q.8 माना a तथा b धनात्मक वास्तविक संख्याए इस प्रकार है कि $a>1$ तथा $b<a.$ है। माना P प्रथम चतुर्थांश में एक बिन्दु है जो अतिपरवलय $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ पर स्थित है। माना P पर अतिपरवलय की स्पर्शरेखा बिन्दु $(1,0),$ से गुजरती है तथा माना P पर अतिपरवलय का अभिलम्ब निर्देशी अक्षो पर समान अंतखण्ड काटती है। माना Δ, P पर स्पर्शरेखा, P पर अभिलंब तथा x-अक्ष द्वारा बने त्रिभुज के क्षेत्रफल को निरूपित करता है। यदि e अतिपरवलय की उत्केन्द्रता को व्यक्त करती है, तब निम्न में से कौनसा कथन सत्य है –

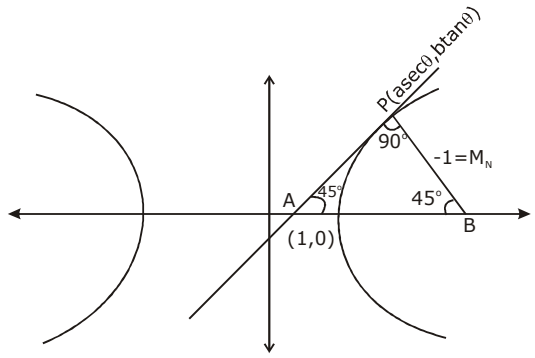
(A) $1<e<\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{2}<e<2$ (C) $\Delta=a^4$ (D) $\Delta=b^4$

Ans. **A,D**

$\because$ normal cuts euqal Intercepts

$\therefore$ $M_N = -1$

$M_T = 1$



T at P $\Rightarrow \frac{x\sec\theta}{a}-\frac{y\tan\theta}{b}=1$

pass (1, 0)

$\sec\theta = a$

$\because$ $M_T = 1 \Rightarrow +\left(\frac{b\sec\theta}{a\tan\theta}\right)=1 \Rightarrow b = \tan\theta$

$b^2 = a^2(e^2 - 1) \Rightarrow e^2 - 1 = \sin^2\theta \Rightarrow e^2 = 1 + \sin^2\theta$ ($\because$ $0 < \theta < \pi/2$)

$1 < e^2 < 2 \Rightarrow 1 < e < \sqrt{2}$

Area $\Delta = \frac{1}{2}(AP)(AP)$ $\because$ AP = BP

$= \frac{1}{2}\left[\left(1-\sec^2\theta\right)^2+\left(\tan^2\theta\right)^2\right] = \tan^4\theta = b^4$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Q.9 Let $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ and $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ be functions satisfying

$f(x+y)=f(x)+f(y)+f(x)f(y)$ and $f(x)=xg(x)$

for all $x,y\in\mathbb{R}$. If $\lim_{x\to 0} g(x)=1,$ then which of the following statements is/are TRUE?

(A) f is differentiable at every $x\in\mathbb{R}$

(B) If $g(0)=1,$ then g is differentiable at every $x\in\mathbb{R}$

(C) The derivative $f'(1)$ is equal to 1

(D) The derivative $f'(0)$ is equal to 1

Q.9 माना $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ तथा $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ फलन है। जो सभी $x,y\in\mathbb{R}.$ के लिए

$f(x+y)=f(x)+f(y)+f(x)f(y)$ तथा $f(x)=xg(x)$ को सन्तुष्ट करते है। यदि $\lim_{x\to 0} g(x)=1,$ है, तब निम्न में से कौनसा कथन सत्य है।

(A) f प्रत्येक $x\in\mathbb{R}$ पर अवकलनीय है।

(B) यदि $g(0)=1,$ है, तब g प्रत्येक $x\in\mathbb{R}$ पर अवकलनीय है।

(C) अवकलज $f'(1)$, 1 के बराबर है।

(D) अवकलज $f'(0)$, 1 के बराबर है।

Ans. **A,B,D**

f'(x + y).1 = f'(y) + f(x) f'(y)
put y = 0
f'(x) = f'(0) + f(x)f'(0)
xg'(x) + g(x) = f'(0) + f(x). f'(0)
xg'(x) + g(x) = 1 + f(x)
f'(x) = f(x) + 1
f(0) = f'(0) + 1
f(0) = 0
f(1) = f(1) + 1

g(0) = 1
f'(x) = xg'(x) + g(x)
f'(0) = g(0) = 1

$$\int \frac{f(x)}{f(x)+1}dx = \int dx$$

$\Rightarrow$ ln(f(x) + 1) = x + c
put x = 0
c = 0
$f(x) = e^x - 1$
f(1) = e - 1
f'(1) = f(1) + 1 = e - 1 + 1 = e

$$g(x) = \frac{f(x)}{x} = \frac{e^x - 1}{x}$$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

we have check differentiability at x = 0

$$g'(0^+) = \lim_{x\to 0}\left(\frac{\frac{e^x-1}{x}-1}{x}\right)$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{e^x-1-1}{x^2}\right)=\frac{1}{2}$$

$$g'(0^-) = \lim_{x\to 0}\frac{\frac{e^{-x}-1}{-x}-1}{-x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{-x}-1+x}{x^2}=\frac{1}{2}$$

g(x) is aiarecate for dex

M-II

to find function

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x)+f(h)+f(x)f(x)-f(x)}{h}$$

$$f'(x) = (f(x)+1)\lim_{h\to 0}\frac{f(h)}{h}$$

$$= (f(x)+1)\lim_{h\to 0}\frac{h\ g(h)}{h}$$

f'(x) = f(x) + 1

Q.10 Let $\alpha,\beta,\gamma,\delta$ be real numbers such that $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2\neq 0$ and $\alpha+\gamma=1$. Suppose the point (3,2,-1) is the mirror image of the point (1,0,-1) with respect to the plane $\alpha x+\beta y+\gamma z=\delta$. Then which of the following statements is/are TRUE?

(A) $\alpha+\beta=2$ (B) $\delta-\gamma=3$ (C) $\delta+\beta=4$ (D) $\alpha+\beta+\gamma=\delta$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Q.10 माना $\alpha,\beta,\gamma,\delta$ वास्तविक संख्याएं इस प्रकार है कि $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2\neq 0$ तथा $\alpha+\gamma=1.$ है। माना बिन्दु (3,2,-1) समतल $\alpha x+\beta y+\gamma z=\delta$ के सापेक्ष बिन्दू (1,0,-1) का दर्पण प्रतिबिम्ब है, तब निम्न में से कौनसा कथन सत्य है।

(A) $\alpha+\beta=2$ (B) $\delta-\gamma=3$ (C) $\delta+\beta=4$ (D) $\alpha+\beta+\gamma=\delta$

Ans. **A,B,C**

pp' is normal to given plane

$$\frac{\alpha}{2}=\frac{\beta}{2}=\frac{\gamma}{0}=\lambda(\text{let})$$

$\alpha=\beta,\gamma=0$

$\therefore\ \alpha+\gamma=1\Rightarrow\alpha=1=\beta$

$\alpha+\beta=2$

Q pt is mid pt of pp' = (2, 1, -1)

lie on plane

$2\alpha+\beta-\gamma=\delta$

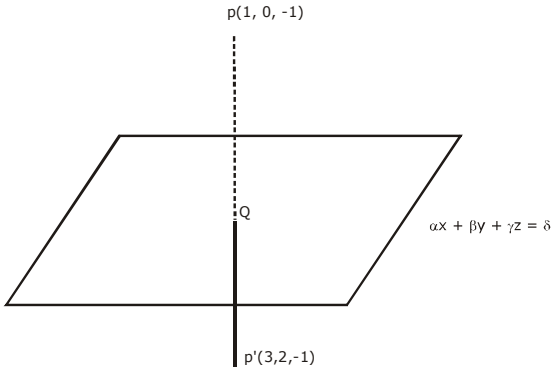
put α,β,γ

$\delta=3$

$\delta-\gamma=3$

$\delta+\beta=4$

$\alpha+\beta+\gamma=2\neq\delta$



Q.11 Let a and b be positive real numbers. Suppose $\overrightarrow{PQ}=a\hat{i}+b\hat{j}$ and $\overrightarrow{PS}=a\hat{i}-b\hat{j}$ are adjacent sides of a parallelogram PQRS .Let $\vec{u}$ and $\vec{v}$ be the projection vectors of $\vec{w}=\hat{i}+\hat{j}$ along $\overrightarrow{PQ}$ and $\overrightarrow{PS}$, respectively. If $|\vec{u}|+|\vec{v}|=|\vec{w}|$ and if the area of the parallelogram PQRS is 8, then which of the following statements is/are TRUE ?

(A) $a+b=4$

(B) $a-b=2$

(C) The length of the diagonal PR of the parallelogram PQRS is 4

(D) $\vec{w}$ is an angle bisector of the vectors $\overrightarrow{PQ}$ and $\overrightarrow{PS}$

Q.11 माना a तथा b धनात्मक वास्तविक संख्याए है। माना $\overrightarrow{PQ}=a\hat{i}+b\hat{j}$ तथा $\overrightarrow{PS}=a\hat{i}-b\hat{j}$ एक समान्तर चतुर्भुज PQRS की आसन्न भुजाएँ है। माना $\vec{u}$ तथा $\vec{v}$ क्रमशः $\overrightarrow{PQ}$ तथा $\overrightarrow{PS}$, के अनुदिश $\vec{w}=\hat{i}+\hat{j}$ का प्रक्षेप सदिश है । यदि $|\vec{u}|+|\vec{v}|=|\vec{w}|$ है तथा यदि समान्तर चतुर्भुज PQRS का क्षेत्रफल 8 है, तब निम्न में से कौनसा कथन सत्य है ,

(A) $a+b=4$

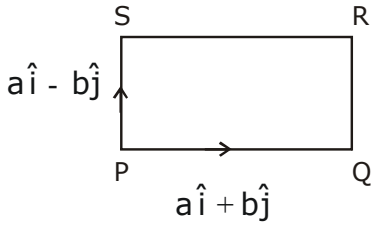
(B) $a-b=2$

(C) समान्तर चतुर्भुज PQRS के विकर्ण PR की लम्बाई 4 है।

(D) $\vec{w}$ सदिशो $\overrightarrow{PQ}$ तथा $\overrightarrow{PS}$ का एक कोण अर्द्धक है।

Ans. **A,C**

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in



$$\vec{u} = \frac{\vec{w}.\overrightarrow{PQ}}{|PQ|}$$

$$= \frac{(\hat{i}+\hat{j}).(a\hat{i}+b\hat{j})}{|a\hat{i}+b\hat{j}|}$$

$$= \frac{(a+b)}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\vec{v} = \frac{(\vec{w}).\overrightarrow{ps}}{|\overrightarrow{ps}|} = \frac{(\hat{i}+\hat{j}).(a\hat{i}-b\hat{j})}{|a\hat{i}-b\hat{j}|} = \frac{a-b}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$|\vec{u}| + |\vec{v}| = |\vec{w}|$

$$\frac{(a+b)|a-b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \sqrt{2}$$

$$(\vec{a}+\vec{b}) + (\vec{a}-\vec{b}) = \sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2} \Rightarrow 2a = \sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}$$

$2a^2 = 2b^2$

$a = b$

Area of parallelogram $= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a & b & 0 \\ a & -b & 0 \end{vmatrix}$

$$\Rightarrow \left|-2ab\hat{k}\right| = 8$$

$ab = 4 \Rightarrow a^2 = 4$

$a = 2 = b$

$a + b = 4$

$a - b = 0$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Length of diagonal of parallelogram = $\left|\left(a\hat{i}+b\hat{j}\right)+\left(a\hat{i}-b\hat{j}\right)\right|$

= 2a = 4

$\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{PS}=2a\hat{i},2b\hat{j}\neq\lambda\vec{w}$

Q.12 For nonnegative integers s and r, let

$$\binom{s}{r}=\begin{cases}\dfrac{s!}{r!(s-r)!} & \text{if } r\le s\\ 0 & \text{if } r>s\end{cases}$$

For positive integers m and n, let

$$g(m,n)=\sum_{p=0}^{m+n}\frac{f(m,n,p)}{\binom{n+p}{p}}$$

where for any nonnegative integer p,

$$f(m,n,p)=\sum_{i=0}^{p}\binom{m}{i}\binom{n+i}{p}\binom{p+n}{p-i}$$

Then which of the following statements is/are TRUE?

(A) $g(m,n)=g(n,m)$ for all positive integers m, n

(B) g(m, n+1)=g(m+1, n) for all positive integers m, n

(C) g(2m, 2n)=2 g(m, n) for all positive integers m, n

(D) g(2m, 2n)= $(g(m, n))^2$ for all positive integers m, n

Q.12 अऋणात्मक पूर्णांक s तथा r के लिए माना

$$\binom{s}{r}=\begin{cases}\dfrac{s!}{r!(s-r)!} & \text{if } r\le s\\ 0 & \text{if } r>s\end{cases}$$ है।

धनात्मक पूर्णांक m तथा n के लिए माना

$$g(m,n)=\sum_{p=0}^{m+n}\frac{f(m,n,p)}{\binom{n+p}{p}}$$ है।

जहाँ किसी अऋणात्मक पूर्णांक p के लिए

$$f(m,n,p)=\sum_{i=0}^{p}\binom{m}{i}\binom{n+i}{p}\binom{p+n}{p-i}$$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

है। तब निम्न में से कौनसा कथन सत्य है ?

(A) $g(m,n)=g(n,m)$ सभी धनात्मक पूर्णांक m, n के लिए है।

(B) g(m, n+1)=g(m+1, n) सभी धनात्मक पूर्णांक m, n के लिए है।

(C) g(2m, 2n)=2 g(m, n) सभी धनात्मक पूर्णांक m, n के लिए है।

(D) g(2m, 2n)=$(g(m, n))^2$ सभी धनात्मक पूर्णांक m, n के लिए है।

Ans. **A,B,D**

$$\sum_{i=0}^{p} {}^{m}C_i \cdot {}^{n+i}C_p \cdot {}^{n+p}C_{p-i}$$

$$\sum_{i=0}^{p} {}^{m}C_i \frac{\lfloor n+i}{\lfloor p \lfloor n+i-p} \cdot \frac{\lfloor n+p}{\lfloor p-i \lfloor n+i}$$

$$\sum_{i=0}^{p} {}^{m}C_i \cdot \left(\frac{\lfloor n+p}{\lfloor p . \lfloor n}\right)\left(\frac{\lfloor n}{\lfloor n+i-p \lfloor p-i}\right)$$

$$\sum_{i=0}^{p} {}^{m}C_i \left({}^{n}C_{p-i}\right)\left({}^{n+p}C_p\right)$$

$\Rightarrow {}^{n+p}C_p \left[{}^{m}C_0 \cdot {}^{n}C_p + {}^{m}C_1 {}^{n}C_{p-1} + ... + {}^{m}C_m {}^{n}C_{p-m}\right]$

coffi x^p in $(1 + x)^n (x+1)^m$

$f(m,n,p) = ({}^{n+p}C_p)\ ({}^{m+n}C_p)$

$$g(m,n) = \sum_{p=0}^{m+n} {}^{m+n}C_p = 2^{m+n}$$

g(m, n) = g(n,m)

$g(2m, 2n) = 2^{2(m+n)} = (2^{m+n})^2 = (g(m,n))^2$

SECTION 3 (Maximum Marks : 24)

- This section contains **SIX (06)** questions. The answer to each question is a **NUMERICAL VALUE**.
- For each question, enter the correct numerical value of the answer using the mouse and the on-screen virtual numeric keypad in the place designated to enter the answer. If the numerical value has more than two decimal places, **truncate/round-off** the value to **TWO** decimal places.
- Answer the each question will be evaluated according to the following marking scheme:

  Full Marks : +4 If ONLY the correct numerical value is entered;

  Zero Marks : 0 In all other cases.

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

भाग -3 (अधिकतम अंक : 24)

- इस भाग में छः **(06)** प्रश्न शामिल है। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, उत्तर प्रविष्ट करने के लिए निर्दिष्ट स्थान पर माउस और ऑन–स्क्रीन आभासी (वर्चुअल) संख्यात्मक कीपेड का उपयोग करके उत्तर का सही संख्यात्मक मान दर्ज करे। यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान है, तो दो दशमलव स्थानों के मान को छोटा/निकटतम करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित पद्धति के अनुसार किया जाएगा।

पूर्ण अंक : +4 यदि केवल सही संख्यात्मक मान प्रविष्ट किया गया है।
शून्य अंक : 0 अन्य सभी स्थितियों में।

Q.13 An engineer is required to visit a factory for exactly four days during the first 15 days of every month and it is mandatory that no two visits take place on consecutive days. Then the number of all possible ways in which such visits to the factory can be made by the engineer during $1-15$ June 2021 is

Q.13 एक अभियता को प्रत्येक महिने के पहले 15 दिनो के दौरान ठीक चार दिनो के लिए एक कारखाने का दौरा करना आवश्यक है तथा यह अनिवार्य है कि लगातार दो दिन कोई यात्रा न हो, तब सभी सम्भावित तरिको की संख्या जिसमें कारखाने में इस तरह के दौरे अभियंता द्वारा $1-15$ जून 2021 के दौरान किये जा सकते है, होगी।

Ans. **495.00**

To select = 4 days
not selected days = 11 days
gaps = 12

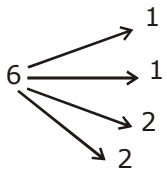
$$\therefore {}^{12}C_4 = \frac{12\times11\times5\times9}{24} = 495$$

Q.14 In a hotel, four rooms are available. Six persons are to be accommodated in these four rooms in such a way that each of these rooms contains at least one person and at most two persons. Then the number of all possible ways in which this can be done is

Q.14 एक होटल में चार कमरे उपलब्ध है। इन चार कमरो में छः व्यक्तियो को इस प्रकार समायोजित करते है। इनमें से प्रत्येक कमरे में कम से कम एक व्यक्ति तथा अधिकतम दो व्यक्ति हो। तब सभी सम्भावित तरिको की संख्या जिसमें यह किया जा सकता है, होगी।

Ans. **1080.00**

by grouping



$$\therefore \frac{6!}{1!1!2!2!2!2!}\times 4!$$

$$\Rightarrow \frac{720}{2\times2\times2\times2}\times 24$$

= 1080

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Q.15 Two fair dice, each with faces numbered 1,2,3,4,5 and 6, are rolled together and the sum of the numbers on the faces is observed. This process is repeated till the sum is either a prime number or a perfect square. Suppose the sum turns out to be a perfect square before it turns out to be a prime number. If p is the probability that this perfect square is an odd number, then the value of 14 p is

Q.15 दो उचित पासे, जिसकी प्रष्ठ संख्या 1,2,3,4,5 तथा 6, है प्रत्येक को एक साथ लुडकाया जाता है तथा प्रष्ठों पर संख्याओं के योगफल का निरिक्षण किया जाता है। यह प्रक्रिया तब दोहराई जाती है, जब तक कि योग एक अभाज्य संख्या या एक पूर्ण वर्ग न हो। माना योग एक अभाज्य संख्या उपस्थित होने के पहले एक पूर्ण होता है। यदि P प्रायिकता है कि इसका पूर्ण वर्ग एक विषम संख्या है, तब 14 p का मान होगा –

Ans. **8.00**

Sum is prime =
2 (1,1)
3 (1,2)(2,1)
5 (2,3)(3,2) (1,4) (4,1)
7 (1,6) (2,5) (3,4) (4,3) (5,2) (6,1)
11 (5,6) (6,5)

P(prime) = $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

Q.16 Let the function $f:[0,1] \to \mathbb{R}$ be defined by $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$ Then the value of

$$f\left(\frac{1}{40}\right) + f\left(\frac{2}{40}\right) + f\left(\frac{3}{40}\right) + \cdots + f\left(\frac{39}{40}\right) - f\left(\frac{1}{2}\right)$$ is

Q.16 माना फलन $f:[0,1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$ के द्वारा परिभाषित है,तब

$$f\left(\frac{1}{40}\right) + f\left(\frac{2}{40}\right) + f\left(\frac{3}{40}\right) + \cdots + f\left(\frac{39}{40}\right) - f\left(\frac{1}{2}\right)$$ का मान होगा –

Ans. **19.00**

f : [0, 1] → R

$f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$

$f(1 - x) = \frac{4^{1-x}}{4^{1-x} + 2} = \frac{\frac{4}{4^x}}{\frac{4}{4^x} + 2}$

$= \frac{4}{4 + 2.4^x}$

$\Rightarrow \frac{2}{2 + 4^x}$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

$\therefore$ f(x) + f(1-x) = 1

$$f\left(\frac{1}{40}\right)+f\left(\frac{2}{40}\right)+.....+f\left(\frac{39}{40}\right)-f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$\Rightarrow$ 19 pairs + $f\left(\frac{20}{40}\right)-f\left(\frac{1}{2}\right)$ = 19

Q.17 Let $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ be a differentiable function such that its derivative f' is continuous and $f(\pi)=-6$

If $F:[0,\pi]\to\mathbb{R}$ is defined by $F(x)=\int_0^x f(t)dt$, and if

$\int_0^{\pi}\left(f'(x)+F(x)\right)\cos x dx=2$ then the value of $f(0)$ is

Q.17 माना $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ एक अवकलनीय फलन इस प्रकार है कि इसका अवकलज f' संतत् है तथा $f(\pi)=-6$ है। यदि

$F:[0,\pi]\to\mathbb{R}$, $F(x)=\int_0^x f(t)dt$, के द्वारा परिभाषित है तथा यदि

$\int_0^{\pi}\left(f'(x)+F(x)\right)\cos x dx=2$ है। तब f(0) का मान होगा –

Ans. 4.00

$$f(x)=\int_0^x f(t)dt$$

f'(x) = f(x)

$$\int_0^{\pi} f'(x)\cos x\ dx+\int_0^{\pi} \underset{I}{f(x)}\underset{II}{\cos x}\,dx$$

$$\int_0^{\pi} f'(x)\cos x\ dx+f(x)\sin x\Big|_0^{\pi}-\int_0^{\pi} f(x)\sin x\ dx$$

$$\int_0^{\pi}\left(f'(x)\cos x-f(x)\sin x\right)dx$$

$$\int_0^{\pi}\frac{d}{dx}\left(f(x)\cos x\right)dx=2$$

$$f(x)\cos x\Big|_0^{\pi}=2$$

f(π) (-1) - f(0) = 2
6 - f(0) = 2
f(0) = 4

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in

Q.18 Let the function $f:(0,\pi)\to\mathbb{R}$ be defined by $f(\theta)=(\sin\theta+\cos\theta)^2+(\sin\theta-\cos\theta)^4$.

Suppose the function f has a local minimum at θ precisely when $\theta\in\{\lambda_1\pi,\ldots,\lambda_r\pi\}$, where $0<\lambda_1<\cdots<\lambda_r<1$. Then the value of $\lambda_1+\cdots+\lambda_r$ is

Q.18 माना फलन $f:(0,\pi)\to\mathbb{R}$, $f(\theta)=(\sin\theta+\cos\theta)^2+(\sin\theta-\cos\theta)^4$ के द्वारा परिभाषित है।

माना फलन f, θ पर ठीक ठीक एक स्थानिय निम्निष्ठ रखता है। जब $\theta\in\{\lambda_1\pi,\ldots,\lambda_r\pi\}$, है जहाँ $0<\lambda_1<\cdots<\lambda_r<1$. है। तब $\lambda_1+\cdots+\lambda_r$ का मान है।

Ans. **0.50**

$f(\theta) = (1 + \sin2\theta) + (1 - \sin2\theta)^2$

$= 1 + \sin2\theta + 1 + \sin^2 2\theta - 2\sin2\theta$

$= \sin^2 2\theta - \sin2\theta + 2$

$$= \left(\sin 2\theta - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$$

$\theta \in [0, \pi]$

$\therefore 2\theta \in [0, 2\pi]$

$f(\theta)$ min. when $\sin2\theta = \frac{1}{2}$

$$\therefore 2\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

$$\theta = \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{12} \qquad \lambda_2 = \frac{5}{12}$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = \frac{1}{2} = 0.50$$

Get More Learning Materials Here : CLICK HERE www.studentbro.in